



UNIVERSITÀ  
degli STUDI  
di CATANIA

Anno Accademico 2021/22

Corso di Laurea in Fisica

Seconda verifica di **Analisi Matematica 1**

28 gennaio 2022

TEORIA

**1** Enunciare e dimostrare il teorema sul limite delle funzioni monotone.

**2** Sia  $\{a_n\}$  una successione numerica.

Dire, **giustificando la risposta**, se le seguenti affermazioni sono vere o false.

$$\sup \{a_n\} = +\infty \implies \lim_{n \rightarrow +\infty} a_n = +\infty$$

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} a_n = +\infty \implies \sup \{a_n\} = +\infty.$$

ESERCIZI

**3** Determinare il dominio e la legge di definizione della funzione definita da

$$f(x) = \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt[n]{x^2 + 1} - 1}{\log\left(1 + \frac{|x|}{n}\right)}$$

**4** Calcolare, se esistono, i seguenti limiti

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{x^2} \cos \frac{1}{x^2} \log \cos(x^2), \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} \left( \frac{(1+x)^{1+x}}{x^x} - x^2 \right) \sin^2 \frac{1}{x}.$$

**5** Stabilire per quali valori del parametro reale  $k > 0$  l'insieme numerico

$$A = \left\{ (-1)^n \frac{\log(1 + e^n)}{3n^k + 1}, \quad n \in \mathbb{N} \right\}$$

risulta limitato .

**6** Studiare il carattere della successione  $\{a_n\}$  definita da

$$a_1 = 2, \quad a_{n+1} = \frac{n^2}{2n-1} a_n, \quad \forall n \in \mathbb{N}.$$