



UNIVERSITÀ  
degli STUDI  
di CATANIA

Anno Accademico 2021/22

**Corso di Laurea in Fisica**

Prova intermedia di **Analisi Matematica 1**

4 marzo 2022

TEORIA

- (1) **Enunciare e dimostrare** il teorema sull'esistenza delle radici  $n$ -esime di un numero complesso.
- (2) Sia  $\{a_n\}$  una successione numerica. Dire **giustificando le risposte** quali relazioni intercorrono tra la convergenza e la limitatezza di  $\{a_n\}$ .

ESERCIZI

- 1** Determinare il dominio delle funzioni definite dalle seguenti leggi

$$f(x) = \sup \left\{ \left( x^{2 \log \frac{1}{x}} \right)^n, \quad n \in \mathbb{N} \right\};$$
$$g(x) = \sqrt{x^2 - x|x|} \arctan \frac{x}{x-1}.$$

- 2** Calcolare, se esistono, i seguenti limiti

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{2^x - 2 + \cos x + \sqrt{x}}{\sqrt[4]{x} \sin x} \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{x} - 2 \arctan x^3}{x^2 + 3x} \sin^2 x.$$

- 3** Scrivere in forma algebrica le soluzioni complesse della seguente equazione

$$z^4 \bar{z}(1+i) = |z|^2.$$

- 4** Studiare il carattere della successione  $\{a_n\}$  definita da

$$a_1 = \frac{5}{2}, \quad a_{n+1} = (1 + a_n)^2 \quad \forall n \in \mathbb{N}.$$