



UNIVERSITÀ  
degli STUDI  
di CATANIA

Anno Accademico 2021-2022  
Corso di Laurea in Fisica  
Prova scritta di Analisi Matematica 1  
27 giugno 2022

---

**1** Data la funzione definita dalla legge

$$f(x) = \frac{x}{2} + \arctan \frac{|1-x|}{2x-1}$$

- (i) determinarne il dominio e gli eventuali asintoti;
- (ii) studiare la derivabilità, determinare gli eventuali punti di estremo relativo e gli intervalli in cui è monotona.
- (iii) tracciare un grafico qualitativo di  $f$ ;

**2** Stabilire se la funzione definita dalla legge

$$f(x) = \frac{\log|x|}{(x+2)^2}$$

è integrabile nell'intervallo  $[-1, 1]$  e, in caso affermativo, calcolare

$$\int_{-1}^1 f(x) dx.$$

**3** Studiare il carattere delle seguenti serie numeriche

$$\sum_{n=1}^{+\infty} n^2 \cos n^2 \log \cos \frac{1}{n^2}, \quad \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{3^n}{2^n + \log n} \sin \frac{2}{n!}.$$

**4** Determinare, al variare del parametro reale  $\lambda$  gli estremi dell'insieme numerico

$$X_\lambda = \left\{ (|x| + (\sin \lambda)x)e^{-x^2}, \quad x \in \mathbb{R} \right\}.$$

**5** Scrivere in forma algebrica le soluzioni complesse dell'equazione

$$z^2|z|^2 - (1+i)\bar{z} = 0.$$

- i) **Durata: 3h min.**
- ii) **Non si possono consultare libri o appunti.**
- iii) **Gli studenti che hanno superato la prova intermedia devono svolgere solo gli esercizi 1, 2 e 3.**