



UNIVERSITÀ  
degli STUDI  
di CATANIA

Anno Accademico 2021-2022  
Corso di Laurea in Fisica  
Prova scritta di Analisi Matematica 1  
11 luglio 2022

---

**1** Data la funzione definita dalla legge

$$f(x) = \exp \frac{1}{x\sqrt{|x|} - 1}$$

- (i) determinarne il dominio e gli eventuali asintoti;
- (ii) studiare la derivabilità, determinare gli eventuali punti di estremo relativo e gli intervalli in cui è monotona;
- (iii) tracciare un grafico qualitativo di  $f$ ;
- (iv) stabilire se  $f$  è invertibile nel suo insieme di definizione e, in caso affermativo, determinare il dominio e la legge di definizione della funzione inversa.

**2** Calcolare, se esistono, i seguenti integrali definiti

$$\int_0^1 \frac{x+3}{x+\sqrt{x}} dx, \quad \int_1^{+\infty} \frac{x+3}{x+\sqrt{x}} dx.$$

**3** Studiare il carattere delle seguenti serie numeriche

$$\sum_{n=2}^{+\infty} \frac{(-1)^n}{n!} \log \left( 1 + \frac{(-1)^n}{n^2} \right), \quad \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{n+3^n}{n3^n - n + 4}.$$

**4** Determinare per quali valori del parametro reale  $\lambda$  l'equazione

$$\sqrt{x^2 - 3x|x|} + \log \frac{1-x}{2+x} = \lambda$$

ha soluzioni reali.

**5** Scrivere in forma algebrica le radici quadrate del numero complesso

$$w = \Re \frac{2+4i}{3+i} + i \Im (2-i)^3.$$

- i) **Durata: 3h.**
- ii) **Non si possono consultare libri o appunti.**
- iii) **Gli studenti che hanno superato la prova intermedia devono svolgere solo gli esercizi 1, 2 e 3.**