



UNIVERSITÀ  
degli STUDI  
di CATANIA

Anno Accademico 2021-2022  
Corso di Laurea in Fisica  
Prova scritta di Analisi Matematica 1  
9 settembre 2022

---

**1** Data la funzione definita dalla legge

$$f(x) = \frac{x-1}{x+3} \exp\left(-\frac{|x-1|}{x+3}\right)$$

- (i) determinarne il dominio e gli eventuali asintoti;
- (ii) studiare la derivabilità, determinare gli eventuali punti di estremo relativo e gli intervalli in cui è monotona;
- (iii) tracciare un grafico qualitativo di  $f$ ;
- (iv) determinare l'immagine di  $f$ .

**2** Determinare  $F(x)$  primitiva di

$$f(x) = \arctan \frac{|1-x|}{2x-1}$$

in  $]\frac{1}{2}, +\infty[$  e tale che  $F(1) = 0$ .

**3** Studiare, al variare del parametro reale  $\alpha$  il carattere della seguente serie numerica

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \left[ \frac{(-2)^n}{(3n)!} - n^\alpha \left(1 - \cos \frac{1}{n}\right) \right].$$

**4** Scrivere in forma algebrica le soluzioni complesse dell'equazione

$$(z+i)^2 = \frac{2-i}{2+i}.$$

- i) Durata: 3h.**
- ii) Non si possono consultare libri o appunti.**