



UNIVERSITÀ
degli STUDI
di CATANIA

Anno Accademico 2021-2022
Corso di Laurea in Fisica
Prova scritta di Analisi Matematica 1
30 settembre 2022

1 Data la funzione definita dalla legge

$$f(x) = x \sqrt{\frac{|x+1|}{x+2}}$$

- (i) determinarne il dominio e gli eventuali asintoti;
- (ii) studiare la derivabilità, determinare gli eventuali punti di estremo relativo e gli intervalli in cui è monotona;
- (iii) tracciare un grafico qualitativo di f ;
- (iv) determinare l'immagine di f .

2 Calcolare, se esiste, il seguente integrale definito

$$\int_0^1 \frac{1}{\sqrt{x}} \log \sqrt{4-x} \, dx.$$

3 Studiare, al variare del parametro reale $\alpha > 0$ il carattere della seguente serie numerica

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{4n^\alpha - 1}{n^3 + 1} \tan \frac{1}{n^2}.$$

4 Determinare il numero di soluzioni dell'equazione

$$x^3 + x = \arctan x.$$

5 Scrivere in forma algebrica le soluzioni complesse dell'equazione

$$\bar{z}(iz^2 + 1) = (-1 + i)|z|^2.$$

- i) Durata: 3h.**
- ii) Non si possono consultare libri o appunti.**