

1. Determinare gli eventuali punti di estremo relativo e assoluto della funzione definita dalla legge

$$f(x, y) = y^2(y^2 + x^2 - 2x).$$

2. Calcolare

$$\int_T \left(xy^2 + \frac{z^2}{x} \right) dx dy dz$$

essendo

$$T = \left\{ (x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x^4 \leq x^2 y^2 + z^2 \leq 4x^4, \quad 0 \leq xy \leq z, \quad 1 \leq x \leq 2 \right\}$$

3. Calcolare

$$\int_{\gamma} \left(\log y + \frac{y}{x^2 + y^2} \right) dx + \left(\frac{x}{y} - \frac{x}{x^2 + y^2} \right) dy$$

essendo γ la curva di equazioni parametriche

$$\begin{cases} x(t) = t + \cos^3 t \\ y(t) = 1 + \sin^3 t \end{cases} \quad t \in [0, 2\pi]$$

orientata nel verso delle t crescenti.

4. Studiare la convergenza puntuale ed uniforme della serie

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{\log n}{2^n + 3^n} (x-1)^n.$$

5. Determinare il flusso del campo vettoriale

$$\mathbf{F}(x, y, z) = (x, z^2, y^2 z)$$

attraverso la superficie di equazione cartesiana

$$z = \sqrt{x^2 + y^2}, \quad 1 \leq x^2 + y^2 \leq 4$$

e orientata con la normale verso l'alto