

1. Dato il campo vettoriale

$$\mathbf{F}(x, y) = \left[\frac{\varphi(y)}{x} + \cos y \right] \mathbf{i} + [2y \log x - x \sin y] \mathbf{j}$$

determinare la funzione $\varphi \in C^1(\mathbb{R})$ in modo che $\varphi(0) = 1$ e \mathbf{F} sia conservativo. Del campo così ottenuto determinare il potenziale che si annulla nel punto $(\frac{\pi}{3}, 1)$.

2. Determinare l'integrale generale dell'equazione differenziale

$$y'' + y' - 6y = e^{kx}$$

al variare del parametro reale k .

3. Calcolare

$$\iiint_D (x^2 + y^2) dx dy dz$$

essendo

$$D = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x^2 + y^2 \leq 1, \quad x^2 + y^2 + z \geq 1, \quad z \leq 3\}.$$

4. Data la funzione definita dalla legge

$$f(x, y) = x^2 \log(1 + y) + x^2 y^2$$

- i) determinare il dominio e gli eventuali estremi relativi;
- ii) determinare, se esistono, gli eventuali estremi assoluti.