

Università degli Studi di Catania  
Corso di Laurea in Fisica  
**Prova scritta di Analisi Matematica 2**  
15 luglio 2019

---

- (1) Calcolare il flusso del campo vettoriale

$$\mathbf{F} = (xe^{-z}, z^2x, xy^3)$$

attraverso il dominio

$$D = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x^2 + y^2 + z \leq 2, \quad z \geq x^2 + y^2\}.$$

- (2) Data la forma differenziale

$$\omega(x, y) = \frac{x-1}{(1-x)^2 + y^6} dx + \frac{3y^5}{(1-x)^2 + y^6} dy$$

calcolare

$$\int_{\gamma} w$$

essendo  $\gamma$  la curva che ha per sostegno l'arco di circonferenza  $x^2 + y^2 - 2x = 0$  di estremi  $(0, 0)$  e  $(2, 0)$  percorso nel verso antiorario.

- (3) Data la funzione funzione definita dalla legge

$$f(x, y) = 4x^2y + y^3 - 4y$$

determinarne gli estremi relativi in  $\mathbb{R}^2$ .

Determinarne poi gli estremi assoluti, se esistono, nel cerchio chiuso di centro l'origine e raggio 4.

Stabilire, infine, se  $f$  è limitata in  $\mathbb{R}^2$ .

- (4) Studiare, al variare del parametro reale  $\alpha > 0$  la continuità e la differenziabilità in  $(0, 0)$  della funzione definita dalla legge

$$f(x, y) = \begin{cases} |x|^\alpha \frac{\sin y}{x^2 + y^2} & \text{se } (x, y) \neq (0, 0) \\ 0 & \text{se } (x, y) = (0, 0) \end{cases}$$