Università degli Studi di Catania
Corso di Laurea in Fisica
Prova scritta di Analisi Matematica 2
16 dicembre 2019

---

(1) Calcolare il flusso del campo vettoriale

$$\mathbf{F} = \big(x^3, y^3 + z^3, z\big)$$

uscente dal solido $E \subseteq I\!R^3$ delimitato dal piano $z = 0$ e dalle superfici

$$\big\{(x, y, z) \in I\!R^3 \; : z = x + 2\big\}$$
$$\big\{(x, y, z) \in I\!R^3 \; : x^2 + y^2 = 1\big\}$$

(2) Determinare per quali valori del parametro reale k il campo vettoriale

$$\mathbf{F} = \left(-\frac{k}{1+y^2} + 4x, \frac{2xy}{(1+y^2)^2}\right)$$

è conservativo. Per tali valori di k calcolare il lavoro compito da $\mathbf{F}$ lungo la curva $\varphi(t) = (1 + \cos t, \sin t)$, $t \in [0, \pi]$ orientata nel verso delle t crescenti.

(3) Data la funzione definita dalla legge

$$f(x, y) = x^3 + 3xy^2 - 3(x^2 + y^2) + 4$$

determinarne gli estremi assoluti, se esistono, nell'insieme

$$X = \big\{(x, y) \in I\!R^2 : \quad x^2 + y^2 \leq 4, \quad x \geq 0\big\}\,.$$

(4) Data la funzione definita dalla legge

$$\begin{cases} \sin x \frac{e^{xy}-1}{\sqrt{x^2+y^2}} & \text{se } (x, y) \neq 0 \\ 0 & \text{se } (x, y) = 0 \end{cases}$$

i) studiarne la continuità in $I\!R^2$;
ii) calcolarne, se esistono, le derivate parziali prime nel punto $(0, 0)$;
iii) studiarne la differenziabilità nel punto $(0, 0)$.

(5) Calcolare

$$\iiint_D (z + y)\mathrm{d}x\mathrm{d}y\mathrm{d}z$$

essendo

$$D = \big\{(x, y, z) \in I\!R^3 : \quad x^2 + y^2 \leq (z - 9)^2, \quad 0 \leq z \leq 3\big\}\,.$$