Università degli Studi di Catania - Anno Accademico 2017/18
Corso di Laurea in Fisica
Prova scritta di Analisi Matematica 2
3 dicembre 2018

---

1. Determinare gli eventuali punti di estremo relativo della funzione definita dalla legge

$$f(x, y) = x^2 y \log(1 + x^2 + |y|).$$

Trovare poi gli estremi assoluti, se esistono, nell'insieme

$$\left\{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : \quad |x| \leq 1, \quad |y| \leq x^2\right\}.$$

2. Calcolare

$$\int_T |x - z| dx\, dy\, dz$$

essendo $T = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : \quad y \geq 0, \quad x^2 + y \leq 1, \quad 0 \leq z \leq 1\}$.

3. Determinare una funzione $f \in C^1(\mathbb{R})$, con $f(x) > 0\ \forall x \in \mathbb{R}$ e tale che la forma differenziale

$$\omega(x, y) = xy^2 f(x) dx - y \log f(x) dy$$

sia esatta in $\mathbb{R}^2$. Successivamente, determinare il potenziale $U(x, y)$ di ω tale che $U(0, 0) = 1$.

4. Studiare la convergenza puntuale ed uniforme della serie

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{2 \log(n + 3)}{n\sqrt{2^n}} (x + 1)^n.$$

5. Determinare il flusso del campo vettoriale

$$\mathbf{F}(x, y, z) = (x^2, y^2, z^2)$$

attraverso la superficie

$$\left\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : \quad x^2 + y^2 = 2x, \quad 0 \leq z \leq 1\right\}.$$