

Università degli Studi di Catania  
Corso di Laurea in Fisica  
**Prova scritta di Analisi Matematica 2**  
9 settembre 2019

---

- (1) Calcolare il flusso del campo vettoriale

$$\mathbf{F} = (xyz, yz, z^2)$$

attraverso la superficie

$$S = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : z = xy, \quad x^2 + y^2 \leq 20, \quad y \geq x^2\}$$

orientata con la normale verso l'alto.

- (2) Per ogni  $n \in \mathbb{N}$  sia  $f_n$  la funzione definita dalla legge

$$f_n(x) = n^2 x^3 e^{-nx^2} \quad \forall x \in \mathbb{R}.$$

Studiare la convergenza puntuale della successione di funzioni  $\{f_n\}$  e determinare gli intervalli di  $\mathbb{R}$  in cui essa converge uniformemente.

- (3) Data la funzione definita dalla legge

$$f(x, y) = (x^2 - 4y^2)e^{-x^2 - y^2}$$

- i) determinare gli estremi relativi in  $\mathbb{R}^2$ ;
- ii) determinare gli estremi assoluti nell'insieme

$$X = \left\{ (x, y) \in \mathbb{R}^2 : \frac{x^2}{4} + y^2 \leq 1 \right\}.$$

- (4) Calcolare

$$\iiint_D |xy|z^2 dx dy dz$$

essendo

$$D = \left\{ (x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x^2 + y^2 + z^2 \leq 1, \quad 0 \leq z \leq \sqrt{x^2 + y^2} \right\}.$$