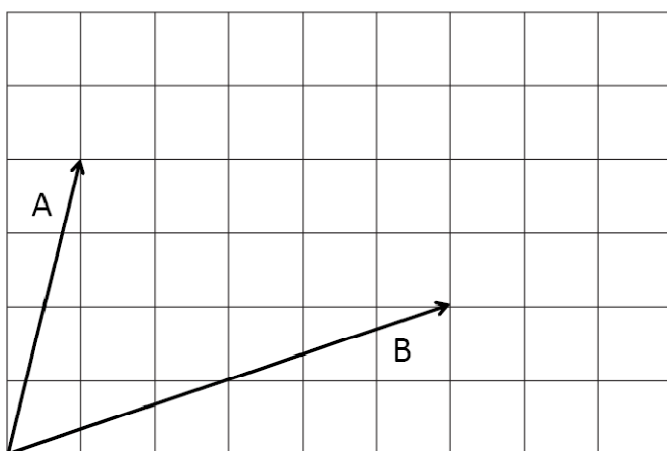


1. Nel grafico seguente sono rappresentati due vettori giacenti nel piano del foglio.
Rappresentare nel grafico:

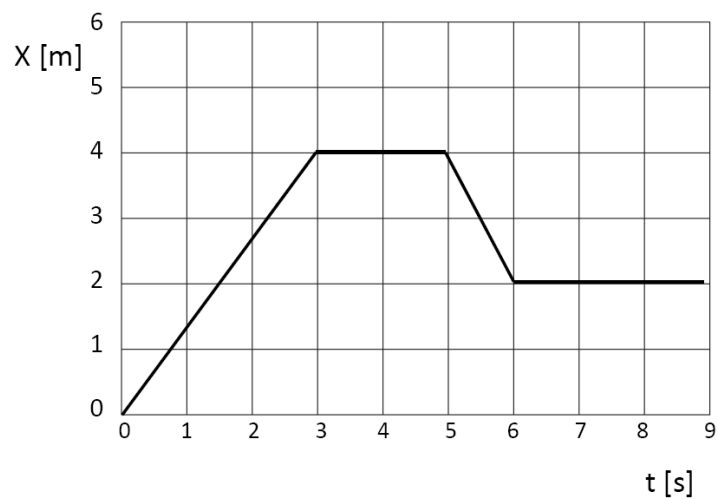
- a) il vettore somma $\vec{C} = \vec{A} + \vec{B}$
b) il vettore differenza $\vec{D} = \vec{A} - \vec{B}$



Descrivere brevemente la direzione del vettore prodotto vettoriale:

- a) $\vec{A} \times \vec{B}$
b) $\vec{B} \times \vec{A}$

2. Il grafico seguente rappresenta la posizione di un corpo in funzione del tempo. Indicare:
a) in quali istanti di tempo il corpo inverte la direzione del moto.
b) quando si ferma.



3. Calcolare le componenti cartesiane di un vettore le cui componenti polari sono $\rho=5$ e $\varphi=30^\circ$.

4. Dati i vettori $\vec{A} = 5.0\hat{x} + 7.2\hat{y} - 4.3\hat{z}$ e $\vec{B} = -5.0\hat{x} + 1.1\hat{y} - 3.3\hat{z}$ calcolare:

- c) il vettore somma $\vec{C} = \vec{A} + \vec{B}$
- d) il vettore differenza $\vec{D} = \vec{A} - \vec{B}$
- e) il prodotto scalare $\vec{A} \cdot \vec{B}$
- f) il prodotto vettoriale $\vec{A} \times \vec{B}$
- g) il coseno dell'angolo formato dai due vettori.

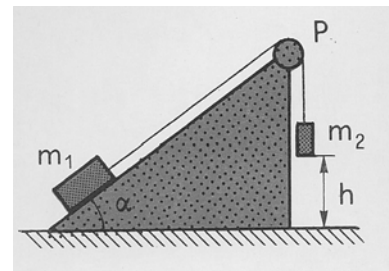
per la prova in itinere svolgere i problemi 1, 2, 3 (tempo 2 h);
per la prova completa svolgere i problemi 3, 4, 5, 6 (tempo 3 h).

Problema n.1

Una palla è lanciata da terra su una superficie piana, con angolo di 55° rispetto al piano orizzontale, e velocità iniziale di 22 m/s . Atterra su una superficie dura e rimbalza, raggiungendo un'altezza pari al 75% dell'altezza raggiunta nella prima parte del volo. Si trascurino eventuali effetti dovuti alla resistenza dell'aria. a) Qual è l'altezza massima raggiunta nella prima parte del volo? b) A che distanza orizzontale dal punto di lancio tocca terra per la prima volta? c) A che distanza orizzontale dal punto di lancio tocca terra per la seconda volta? Si assuma che la componente orizzontale della velocità rimanga costante durante l'impatto. *Suggerimento: non si può assumere che l'angolo con cui la palla rimbalza, dopo aver colpito terra, sia uguale all'angolo di lancio.*

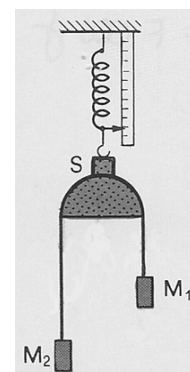
Problema n.2

Un piano liscio, inclinato di $\alpha = 30^\circ$ rispetto all'orizzontale, termina verso l'alto con un piolo liscio, su cui può scorrere, senza attrito, un filo inestensibile e di massa trascurabile, che collega la massa $m_1 = 2 \text{ kg}$ con la massa $m_2 = 4 \text{ kg}$. Inizialmente il sistema è in quiete e da questa situazione inizia a muoversi sotto l'azione della gravità. Ad un certo istante la massa m_2 urta il suolo, dopo essere scesa di un tratto verticale $h = 2 \text{ m}$, mentre la massa m_1 continua a muoversi. Calcolare lo spostamento totale della massa m_1 lungo il piano inclinato, dal momento in cui inizia a muoversi al momento in cui arriva alla massima quota.



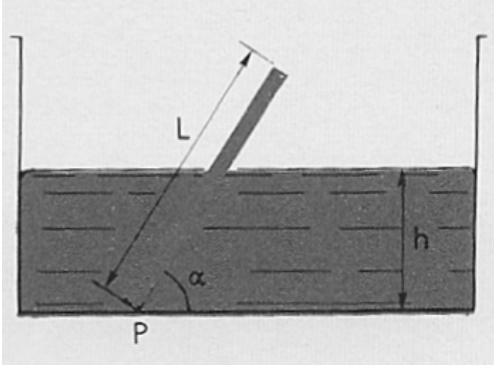
Problema n.3

Il sistema mostrato in figura consta di due masse $M_1 = 10 \text{ kg}$ ed $M_2 = 6 \text{ kg}$, collegate da un filo inestensibile e di massa trascurabile, che può scorrere senza attrito su un supporto semicilindrico S di massa $M_s = 1 \text{ kg}$. L'intero sistema è sostenuto da un dinamometro ancorato ad un sostegno fisso. Mentre le masse M_1 e M_2 si muovono per effetto della forza peso, quale forza misura il dinamometro?



Problema n.4

Una sbarra rigida, omogenea, a sezione uniforme, di lunghezza L , ha un estremo P vincolato a ruotare senza attrito intorno ad un punto fisso solidale con il fondo di un recipiente contenente acqua fino ad un'altezza $h=L/2$. Se, all'equilibrio, l'angolo che la sbarra forma con l'orizzontale è $\alpha=55^\circ$, quanto vale la densità della sbarra?

**Problema n.5**

Un sistema costituito da 2,00 mol di gas perfetto monoatomico ha pressione iniziale di 2,00 atm e volume iniziale di 2,00 l. Al gas è fatta compiere la seguente trasformazione ciclica quasi-statica: si espande in modo isoterma fino a raggiungere il volume di 4,00 l; quindi viene scaldato a volume costante fino a raggiungere la pressione di 2,00 atm; infine viene raffreddato a pressione costante fino a tornare allo stato iniziale. a) Mostrare questa trasformazione ciclica su un diagramma PV. b) Determinare la temperatura alla fine di ciascun ramo del ciclo. c) Calcolare il calore assorbito e il lavoro compiuto dal gas in ciascun ramo del ciclo.

Problema n.6

1 kg di acqua a 10.0 °C è mescolata con 1 kg di acqua a 30.0 °C, a pressione costante. Quando il miscuglio raggiunge l'equilibrio:

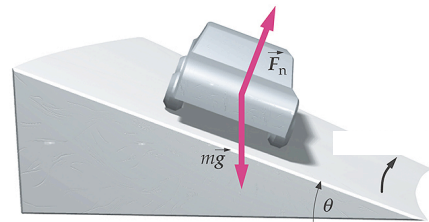
1. Calcolare la temperatura finale del sistema.
2. Assumendo che il calore specifico (a pressione costante) dell'acqua sia 4.19 kJ/kgK, calcolare di quanto è aumentata l'entropia del sistema.
3. Si tratta di un processo irreversibile? Motivare la risposta.

per la prova completa svolgere i problemi 1, 2, 3, 4 (tempo 3 h).

Problema n.1

Un'autovettura percorre una curva di raggio $R=50\text{ m}$. Sia $\mu=0.7$ il coefficiente di attrito tra pneumatici e asfalto.

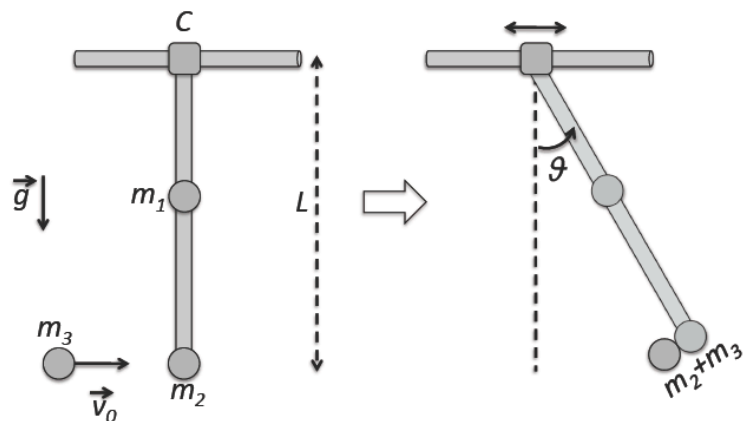
- a. Si calcoli la velocità massima con cui l'auto può percorrere la curva piana senza sbandare.
- b. Si supponga che la curva sia sopraelevata, ovvero giaccia su un piano inclinato con inclinazione $\vartheta=10^\circ$ rispetto all'orizzontale, qual' è in questo caso la velocità massima con cui l'auto può percorrere la curva senza sbandare?



Problema n.2

Un'asta rigida, di massa trascurabile e lunghezza $L=60\text{ cm}$, è appesa per una estremità ad una cerniera C , di massa anch'essa trascurabile, libera di scorrere senza attrito lungo una guida orizzontale. L'asta può ruotare senza attrito attorno a C . Due sferette, approssimabili a punti materiali di masse $m_1=0.20\text{ Kg}$ e $m_2=0.10\text{ Kg}$, sono fissate rispettivamente sul punto medio e sull'estremità dell'asta, come indicato in figura. Un corpo di massa $m_3=0.30\text{ kg}$, anch'esso considerato come un punto materiale, si muove orizzontalmente e parallelamente alla guida con velocità costante $v_0=4.0\text{ m/s}$ fino ad urtare il corpo di massa m_2 al quale resta attaccato. Si determini:

- a. La velocità del centro di massa del sistema dopo l'urto;
- b. La velocità angolare ω_0 dell'asta subito dopo l'urto;
- c. L'angolo massimo ϑ_M di cui ruota l'asta.

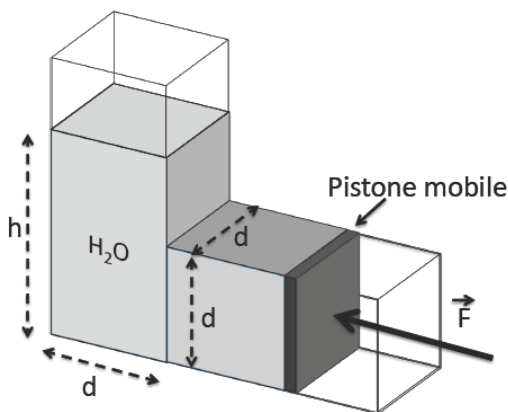


Problema n.3

Due condotti con sezione quadrata di lato $d=50\text{ cm}$ sono saldati insieme e comunicano tra loro come indicato in figura, in modo da formare un recipiente a forma di L che viene riempito con acqua fino ad una altezza $h=200\text{ cm}$ nel condotto orientato verticalmente. L'acqua non fuoriesce dal condotto orientato orizzontalmente poiché questo è chiuso da un pistone mobile sul quale viene esercitata dall'esterno una forza normale F per mantenere l'equilibrio. La pressione atmosferica è pari a 1.00 bar .

- Calcolare il modulo di F .
- Si aumenti l'intensità della forza F in modo da far avanzare molto lentamente il pistone di un tratto $d/2$, innalzando corrispondentemente il livello dell'acqua. Calcolare il lavoro compiuto nel processo, trascurando tutti i possibili attriti.

Si assuma per l'acqua una densità pari a $\rho=1.00\text{ g/cm}^3$.



Problema n.4

Una mole di un gas biatomico è sottoposta al seguente ciclo, in cui tutte le trasformazioni sono reversibili: partendo da uno stato iniziale A con pressione $p_A=1.00\text{ bar}$ e temperatura $T_A=300\text{ K}$, il gas viene compresso adiabaticamente ad un volume $V_B=V_A/10$ (stato B); il gas assorbe quindi una quantità di calore $Q_{BC}=10000\text{ J}$ a volume costante portandosi nello stato C; quindi assorbe una quantità di calore $Q_{CD}=8000\text{ J}$ a pressione costante portandosi nello stato D; quindi si espande adiabaticamente fino a raggiungere il volume originale V_A (stato E); infine si porta nello stato A attraverso una trasformazione isocora. Dopo aver rappresentato il ciclo in un diagramma pV , calcolare:

- La pressione massima raggiunta nel ciclo;
- La temperatura massima raggiunta nel ciclo;
- La quantità di calore ceduta dal gas nella trasformazione EA;
- Il rendimento del ciclo.

per la prova in itinere svolgere i problemi 2, 3, 4;
per la prova completa svolgere i problemi 1, 2, 3, 4.

Problema n.1

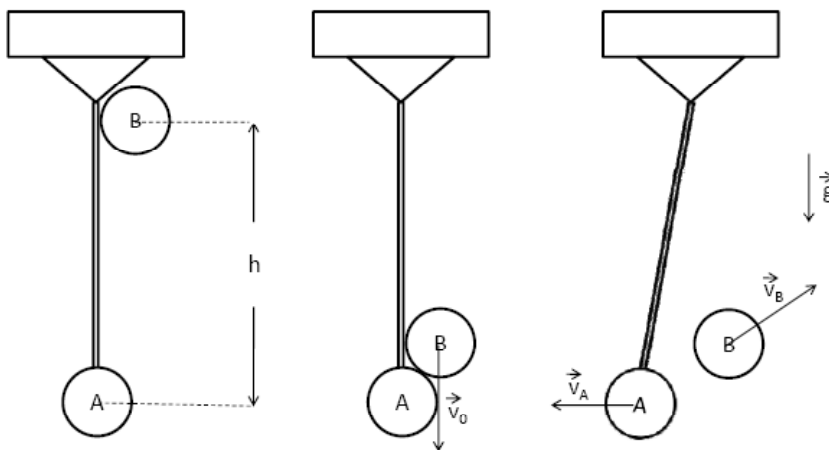
Un proiettile di 3 kg è sparato con velocità iniziale di 120 m/s e angolo di 30° rispetto al piano orizzontale. Nel punto più alto della traiettoria, il proiettile esplose in due frammenti di massa pari a 1 kg e 2 kg. Dopo 3.6 s dall'esplosione, il frammento di 2 kg tocca terra sulla verticale per il punto in cui è avvenuta l'esplosione.

- Determinare la velocità del frammento di 1 kg subito dopo l'esplosione.
- Determinare la distanza tra il punto in cui è stato sparato il proiettile e il punto in cui tocca terra il frammento di 1kg.
- Determinare l'energia rilasciata nell'esplosione.

Problema n.2

Una sfera A di massa $M = 1.0$ kg e raggio $R = 2.0$ cm è sospesa ad un supporto fisso mediante un'asta rigida di massa e diametro trascurabili. Una sfera identica B si trova inizialmente ferma a contatto con l'asta, col centro di massa ad una quota $h = 100$ cm maggiore di quella a cui si trova il centro di massa della sfera A (vedi figura). La sfera B viene lasciata cadere con un lato che sfiora l'asta, senza ruotare, fino ad entrare in contatto con la sfera A. Si assuma che l'urto sia perfettamente elastico e si consideri trascurabile qualsiasi altra forma di attrito. La sfera A si mette in movimento e la sfera B cambia velocità in seguito all'urto. Calcolare:

- la velocità v_0 di B subito prima dell'impatto;
- l'angolo α che la velocità v_B di B subito dopo l'impatto forma con l'asse verticale;
- il modulo della velocità v_A di A subito dopo l'impatto.



Problema n.3

- a) Un cubo di ghiaccio di massa 500 g a 0°C viene collocato in una stanza a 20°C. Il calore passa dalla stanza al cubo di ghiaccio, cosicché il ghiaccio fonde e l'acqua liquida raggiunge i 20°C. La stanza è così grande che la sua temperatura rimane sempre praticamente costante a 20°C. Calcolare la variazione di entropia per il sistema (acqua + stanza) dovuto a questa trasformazione. La trasformazione avverrà spontaneamente?
- b) Una massa di 500 g di acqua liquida a 20°C viene posta in una stanza a 20°C. Il calore fluisce (dall'acqua alla stanza) cosicché l'acqua liquida raffredda a 0°C e poi congela in un cubo di ghiaccio a 0°C. La stanza è così grande che la sua temperatura rimane praticamente sempre costante a 20°C. Calcolare la variazione di entropia del sistema (acqua + stanza) in questa trasformazione. La trasformazione avverrà spontaneamente?

[Calore latente di fusione del ghiaccio: 3.3×10^5 J/kg; Calore specifico dell'acqua: 4186.8 J/kgK]

Problema n.4

Si consideri una macchina termica che opera secondo il cosiddetto "ciclo Diesel" ideale, costituito da una espansione isobara da A a B, una espansione adiabatica da B a C, una isocora da C e D e una compressione adiabatica da D ad A. Si supponga che il gas che effettua le trasformazioni sia biatomico, che tutte le trasformazioni siano reversibili, che nello stato D si abbia $T_D = 300\text{K}$, $p_D = 1 \text{ atm}$, e che il rapporto di compressione sia $V_C/V_A = 15$. Si supponga che il calore immesso nel gas in ogni ciclo (attraverso un processo di combustione) sia pari a $Q/n = 50 \text{ kJ/mole}$. Calcolare:

1. Disegnare il diagramma nel piano pV;
2. La pressione p_A nello stato A;
3. La temperatura T_B nello stato B;
4. Il rendimento del ciclo;
5. La differenza fra volume massimo e volume minimo $V_D - V_A$ ("cilindrata") che la macchina dovrebbe avere per esprimere una potenza pari a 100kW operando a 2400 cicli al minuto.

Per la prova completa svolgere i problemi 1, 2, 3 (tempo 3h)

Per la prova in itinere svolgere i problemi 2,3 (tempo 2h)

Problema n.1

Un blocco di 3kg è tenuto contro una molla di costante elastica $k=25 \text{ N/cm}$, comprimendo la molla di 3 cm dalla sua posizione rilassata. Quando il blocco è rilasciato, la molla spinge il blocco verso l'alto lungo un piano inclinato di 20° avente un coefficiente di attrito $\mu=0.1$. Determinare:

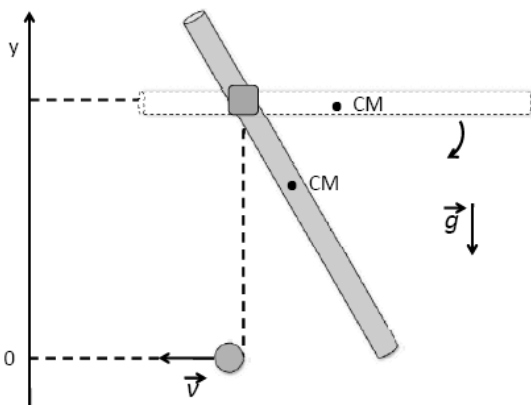
1. Il lavoro fatto dalla molla;
2. Il lavoro fatto dalla forza di attrito quando il blocco si muove di 3 cm;
3. La velocità del blocco quando la molla raggiunge la posizione di equilibrio;
4. Lo spazio percorso dal blocco sul piano inclinato;
5. Nel caso in cui il blocco sia attaccato alla molla, quanto sarà estesa la molla prima che il blocco si fermi? (Si consiglia di scegliere l'origine del sistema di riferimento coincidente con la posizione iniziale del blocco con molla compressa).

Problema n.2

Una sbarra uniforme di lunghezza $L = 102 \text{ cm}$ e massa $M = 4.30 \text{ kg}$ è appesa ad un perno situato ad $1/6$ della sua lunghezza e può ruotare liberamente nel piano verticale (vedi Figura). La sbarra viene portata a riposo in posizione orizzontale e quindi lasciata cadere. Quando giunge alla posizione verticale, l'estremità inferiore dell'asta urta elasticamente una pallina di massa $m = 0.20 \text{ kg}$.

Calcolare:

1. il momento di inerzia dell'asta rispetto all'asse di rotazione;
2. l'accelerazione dell'estremità dell'asta più distante dal perno nell'istante immediatamente successivo a quello in cui viene lasciata andare;
3. la velocità della stessa estremità nel momento in cui l'asta si trova in posizione verticale e la pallina sta per essere colpita;
4. la velocità della pallina dopo l'urto (il calcolo numerico, solo su questo quarto punto, è facoltativo)



Problema n.3

Un gestore di montagne russe decide di utilizzare l'energia meccanica residua delle vetture giunte a fine corsa per produrre ghiaccio mediante una macchina frigorifera. Si supponga che ciascuna vettura abbia una massa media complessiva (inclusi i passeggeri) $M=780$ kg, una velocità finale $v=12$ m/s, e che le vetture giungano regolarmente con un periodo $\tau=42$ s. Si assuma che il frigorifero lavori tra le temperature $T_1 = 30^\circ\text{C}$ e $T_2 = -10^\circ\text{C}$ e abbia una efficienza pari ad una frazione $f=24\%$ di quella di un frigorifero di Carnot operante fra le stesse temperature, e che venga utilizzato tutto il lavoro meccanico prodotto dalle vetture. Determinare:

1. La potenza P media con cui verrebbe alimentato il frigorifero;
2. La quantità di calore per unità di tempo che il frigorifero può asportare dalla sorgente a temperatura più bassa.
3. La quantità di ghiaccio (alla temperatura finale T_2) che il sistema potrebbe produrre in un'ora in condizioni ottimali, partendo da acqua a temperatura T_1 . Si ricorda che il calore specifico dell'acqua è $c_a=4190$ J/(Kg K), quello del ghiaccio è $c_{gh}=2220$ J/(Kg K), il calore latente di fusione è $\lambda=333$ kJ/kg.
4. Si supponga che, anziché producendo lavoro meccanico, le vetture siano arrestate mediante un sistema idraulico che dissipi tutta l'energia in attrito viscoso in un recipiente con pareti adiabatiche contenente olio. L'olio ha una massa di 10 kg e si trova inizialmente alla temperatura $T_1 = 30^\circ\text{C}$ e viene riscaldato ad una temperatura T_f in un'ora. Quanto vale la variazione di entropia dell'olio? (Calore specifico dell'olio $c_{olio}=2000$ J/(kg K))

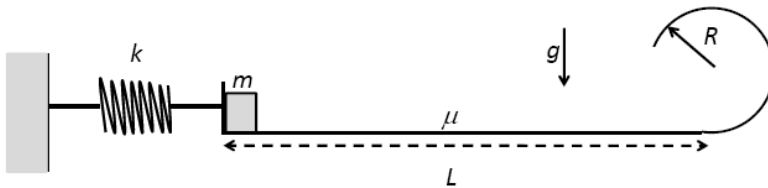
Per la prova completa svolgere i problemi 1, 2, 3, 4 (tempo 3h)

Per la prova in itinere svolgere i problemi 2, 3, 4 (tempo 2h)

Problema n.1

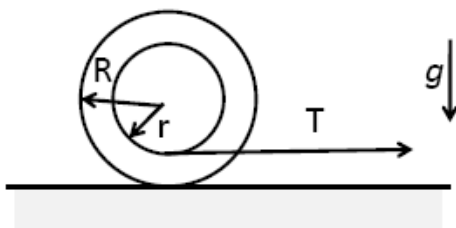
Un corpo di massa $m = 2.0$ kg viene accelerato su un piano orizzontale per mezzo di una molla di massa trascurabile con costante elastica $k = 5000$ N/m. Il corpo deve percorrere una lunghezza $L = 5.0$ m scivolando sul piano con coefficiente di attrito $\mu = 0.15$, quindi imbocca una guida circolare senza attrito di raggio $R = 2.0$ m eseguendo un "giro della morte" (vedi figura). Calcolare:

1. la velocità minima di entrata nella guida circolare v_1 necessaria affinché il corpo (considerare il corpo un punto materiale) percorra il giro della morte senza staccarsi dalla guida nella parte superiore;
2. assumendo che il corpo entri nella guida a velocità v_1 , la sua velocità v_0 al momento del distacco dalla molla;
3. la compressione iniziale della molla necessaria per far partire il corpo con velocità v_0 .



Problema n.2

Un rullo cilindrico omogeneo di massa $m=140.0$ Kg e raggio $R=115$ cm si trova inizialmente in quiete su una superficie orizzontale. Su un fianco del rullo è applicato un disco coassiale di massa trascurabile e raggio $r=74$ cm attorno al quale si avvolge una fune con un capo libero esteso orizzontalmente come illustrato in figura. A partire da un certo istante viene applicata una tensione costante $T=48$ N al capo libero della fune, ed a causa della tensione applicata il rullo inizia un moto di puro rotolamento. Calcolare la forza di attrito che la superficie esercita sul rullo e l'accelerazione del centro di massa del rullo.



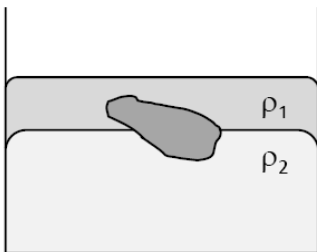
Problema n.3

Una quantità di aria a partire dallo stato A definito dalla temperatura $T_A = 273 \text{ K}$, pressione $p_A = 1.0 \text{ bar}$ e volume $V_A = 775 \text{ dm}^3$, descrive un ciclo reversibile costituito da: (a) una compressione adiabatica AB con $p_B = 20.0 \text{ bar}$; (b) una espansione isobara BC durante la quale viene fornita all'aria una quantità di calore $Q = 500 \text{ kJ}$; (c) una espansione adiabatica CD fino a raggiungere il volume V_A ; (d) una isocora DA fino a raggiungere la pressione iniziale p_A . Considerando l'aria un gas ideale e biatomico, determinare:

1. il grafico del ciclo in un piano pV;
2. la temperatura T_B in B;
3. la pressione p_D in D;
4. il rendimento η del ciclo;
5. la variazione di entropia dell'aria nella trasformazione BC.

Problema n.4

Un corpo si trova in equilibrio nella zona di separazione tra due liquidi non miscibili, di densità ρ_1 e ρ_2 rispettivamente ($\rho_1 < \rho_2$), con una frazione f_2 del suo volume totale immersa nel liquido 2. Qual è la densità ρ del corpo? [Si richiede il calcolo letterale]



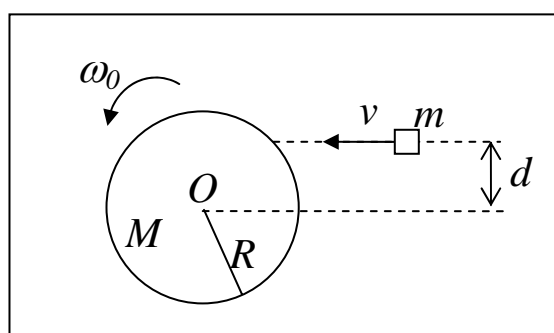
per la prova completa svolgere i problemi 1, 2, 3, 4.

Problema 1

Al servizio, un giocatore di tennis mira cercando di colpire la palla orizzontalmente. Quale velocità minima è richiesta affinché la palla superi la rete alta 0.90 m posizionata a circa 15.0 m dal battitore se la palla è lanciata da un'altezza di 2.50 m? Quale è la velocità massima perché la battuta sia "buona" (cioè la palla tocchi terra entro una distanza di 7.0 m dalla rete)? Per quanto tempo la palla rimane in aria?

Problema 2

Un disco omogeneo di raggio $R=50\text{ cm}$ e massa $M=2.0\text{ kg}$ ruota attorno ad un asse passante per il suo centro O (vedi figura) e ortogonale al piano della figura, con velocità angolare costante $\omega_0=1.5\text{ rad/s}$. Un proiettile di massa $m=5.0\text{ g}$ muovendosi orizzontalmente su una retta distante $d=30\text{ cm}$ da O raggiunge il disco con velocità $v=200\text{ m/s}$ e resta conficcato sul bordo (vedi figura). Calcolare:



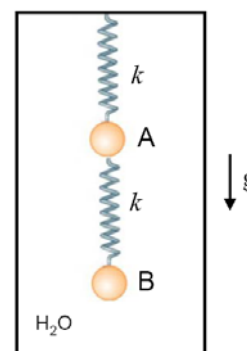
- a) il momento di inerzia del sistema dopo l'urto;
- b) la velocità angolare del sistema dopo l'urto;
- c) la percentuale di energia meccanica complessiva dissipata nell'urto.

Problema 3

Un sistema costituito da 2,00 mol di gas perfetto monoatomico ha pressione iniziale di 2,00 atm e volume iniziale di 2,00 l. Al gas è fatta compiere la seguente trasformazione ciclica quasi-statica: si espande in modo isoterma fino a raggiungere il volume di 4,00 l; quindi viene scaldato a volume costante fino a raggiungere la pressione di 2,00 atm; infine viene raffreddato a pressione costante fino a tornare allo stato iniziale. a) Mostrare questa trasformazione ciclica su un diagramma PV. b) Determinare la temperatura alla fine di ciascun ramo del ciclo. c) Calcolare il calore assorbito e il lavoro compiuto dal gas in ciascun ramo del ciclo.

Problema 4

Un contenitore riempito con acqua è chiuso da un pistone fisso. Due corpi omogenei A e B di uguale volume $V = 1000\text{ cm}^3$ e densità $\rho_A = 0.40\text{ g/cm}^3$ e $\rho_B = 1.33\text{ g/cm}^3$ sono collegati tra di loro da una molla. Il corpo A è a sua volta collegato al pistone da una seconda molla (vedi figura). Le due molle hanno uguale costante elastica $k = 200\text{ N/m}$. Assumendo di essere in condizioni di equilibrio, determinare:



- a) la forza (modulo e verso) esercitata su A dalla molla che la unisce al pistone;
- b) la variazione δ_{AB} della lunghezza della molla che unisce A con B, rispetto alla sua lunghezza a riposo.