

Università degli studi di Catania
 Corso di laurea triennale in Fisica
 Esame di Meccanica Analitica
 Appello straordinario del 06.05.2016

Dato un sistema materiale costituito da un'asta omogenea AC , di massa M e lunghezza $6R$, vincolata a restare in un piano orizzontale Π , mentre il suo punto medio G è vincolato a scorrere su una circonferenza γ , fissa in Π , di raggio R e centro O . Sull'estremo C dell'asta agisce una forza

$$\{F_1 = q(\mathbf{E} + \dot{C} \wedge \mathbf{B}), C\}$$

essendo la costante $q > 0$, \mathbf{E} e \mathbf{B} due vettori costanti il primo parallelo a Π ed il secondo ortogonale a Π , entrambi non nulli.

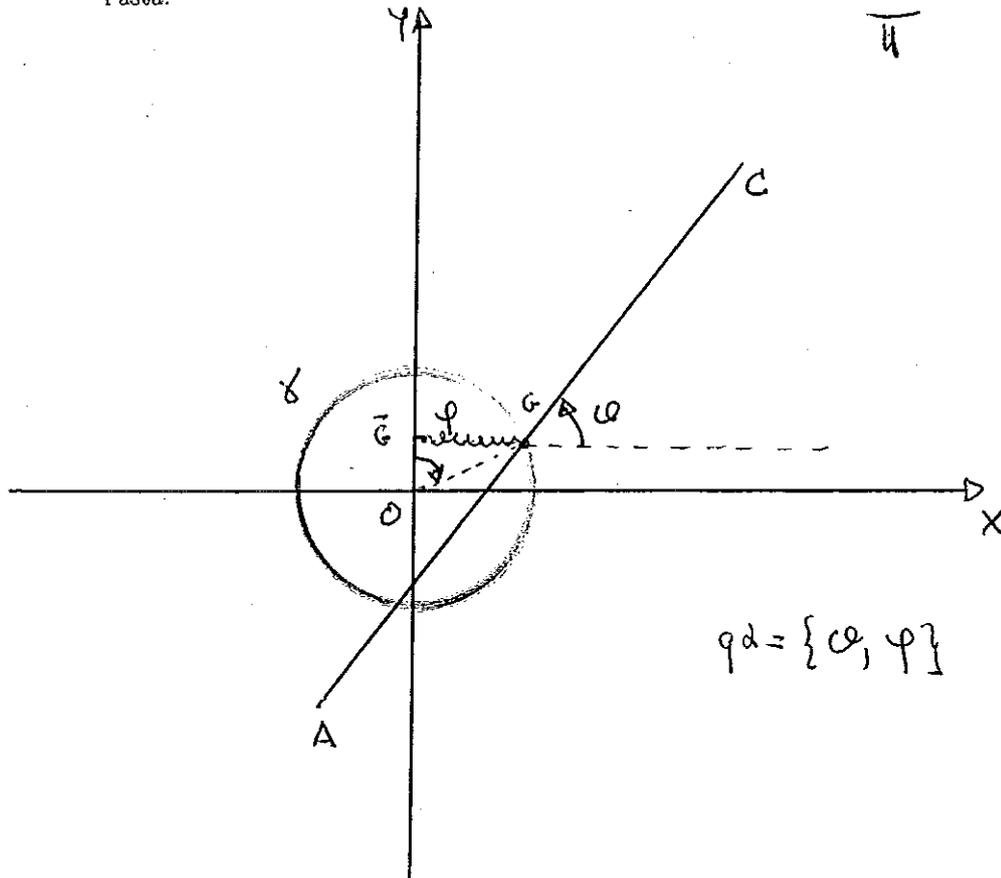
Consideriamo il riferimento riportato in figura, essendo gli assi x ed y appartenenti al piano Π , l'asse z ortogonale a Π , e l'origine O coincidente con il centro della circonferenza γ in modo tale che i vettori \mathbf{E} e \mathbf{B} siano diretti rispettivamente lungo i semiassi positivi di x e z , essendo $\mathbf{E} = \{E, 0, 0\}$, $\mathbf{B} = \{0, 0, B\}$ (con $E > 0$ e $B > 0$).

Sull'asta agisce inoltre la forza elastica

$$\{F_2 = -k(G - \bar{G}), G\}$$

con $k > 0$ e \bar{G} la proiezione di G sull'asse delle y . Supponendo tutti vincoli lisci si chiede di determinare

1. le configurazioni di equilibrio dall'asta.
2. le equazioni di moto, e gli eventuali integrali primi.
3. i moti in prima approssimazione attorno alle configurazioni di equilibrio, commentando la stabilità o instabilità delle suddette configurazioni in questa approssimazione, *quando vale la condizione $\frac{qE}{4R} > L$*
4. assumendo $k = 0$, esaminare se sono possibili moti in cui O è allineato con l'asta.



Università degli studi di Catania
 Corso di laurea Triennale in Fisica
 Prova in itinere per il corso di Meccanica Analitica
 Appello del 29.04.2016

In un piano verticale Π è posto un sistema materiale è costituito da due punti P_1 e P_2 di uguale massa m , vincolati a muoversi rispettivamente su due circonferenze C_1 e C_2 di uguale raggio R , con i centri O_1 ed O_2 posti a distanza $4R$. Sui due punti P_1 e P_2 agiscono le forze

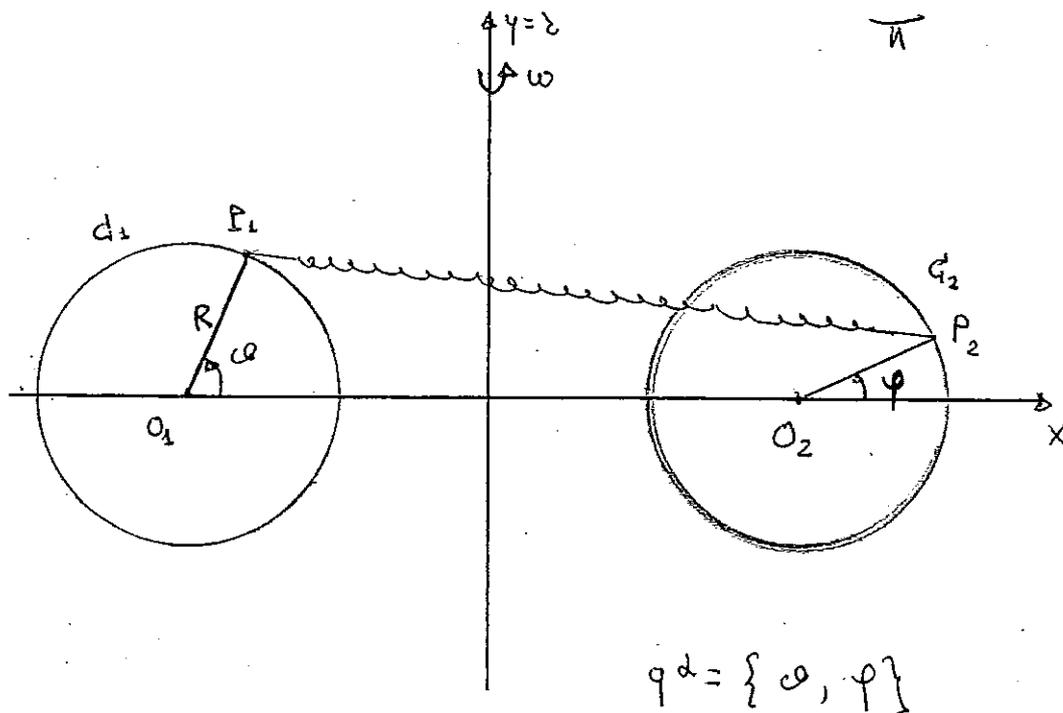
$$\{F_1 = -k(P_1 - P_2), P_1\}, \quad \{F_2 = -k(P_2 - P_1), P_2\}$$

dove $k > 0$. Il piano Π è posto in rotazione uniforme, con velocità angolare ω , attorno alla retta r di Π perpendicolare, al segmento O_1O_2 , nel punto medio tra O_1 ed O_2 . Tutti i vincoli sono realizzati senza attrito. Si chiede di:

1. Verificare che sono configurazioni di equilibrio per il sistema le 4 configurazioni per le quali P_1 e P_2 sono allineati con O_1 ed O_2 e studiare la stabilità della configurazione S_1 in cui i punti P_1 e P_2 hanno distanza minima.
2. Determinare le condizioni sui parametri ω e k affinché siano configurazioni di equilibrio quelle per cui i vettori $P_1 - O_1$ e $P_2 - O_2$ siano ortogonali ad $O_1 - O_2$.

Nelle condizioni di cui al punto 2.

- Scrivere le equazioni di moto del sistema e gli eventuali integrali primi.
- Studiare le equazioni in prima approssimazione attorno alla configurazione di equilibrio S_1 .
- Verificare se esistono moti per i quali i vettori $P_1 - O_1$ e $P_2 - O_2$ si mantengono paralleli, ed in tali condizioni dire di che moto si tratta.



Università degli studi di Catania
 Corso di laurea Triennale in Matematica
 Prova in itinere per il corso di Fisica Matematica
 Appello del 20.04.2016

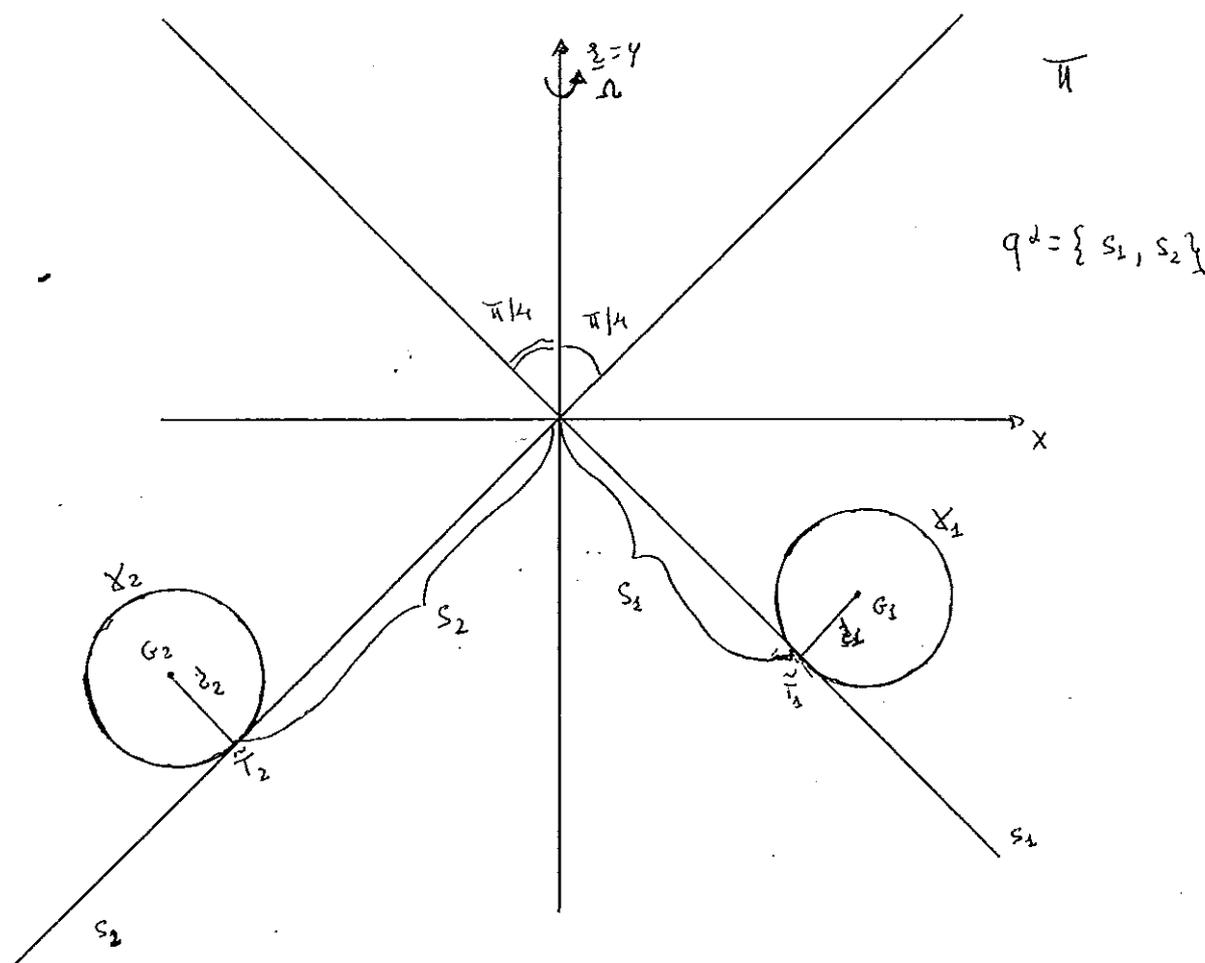
In un piano verticale Π sono poste due guide rettilinee ortogonali fisse s_1 ed s_2 , formanti un angolo di $\pi/4$ con la verticale r passante per il punto comune o . Un sistema materiale S costituito da due dischi omogenei γ_1 e γ_2 , aventi rispettivamente centri G_1 e G_2 raggi r_1 e r_2 con $r_1 < r_2$ ed uguale massa M , é vincolato senza attrito a stare su Π , inoltre γ_1 e γ_2 sono vincolati a rotolare senza strisciare rispettivamente su s_1 ed s_2 .

Sapendo che sul sistema oltre alla forza peso agiscono le forze

$$\{F_1 = -k(G_1 - G_2), G_1\}, \quad \{F_2 = -k(G_2 - G_1), G_2\}$$

dove $k > 0$ e che il piano Π é posto in rotazione uniforme (con velocità angolare Ω) attorno ad r , si chiede di determinare al variare del parametro k :

1. le eventuali configurazioni di equilibrio e discuterne la stabilità.
2. scrivere le equazioni di moto, e gli eventuali integrali primi.
3. studiare il moto del sistema al variare di k ;
4. determinare sotto quali condizioni sui parametri, e con quali condizioni iniziali, si possono avere moti in cui γ_1 sta in quiete.



Università degli studi di Catania
 Corso di laurea in Fisica
 Meccanica Analitica
 Appello del 04.03.2016

Su un piano verticale Π liscio è vincolato a stare, durante tutto il suo moto, un sistema materiale S costituito da un disco omogeneo Γ di massa m , centro P e raggio r e da una circonferenza omogenea γ di massa m , centro C e raggio $d = r + R$, avente due punti M ed N , diametralmente opposti, vincolati a muoversi su una verticale s di Π .

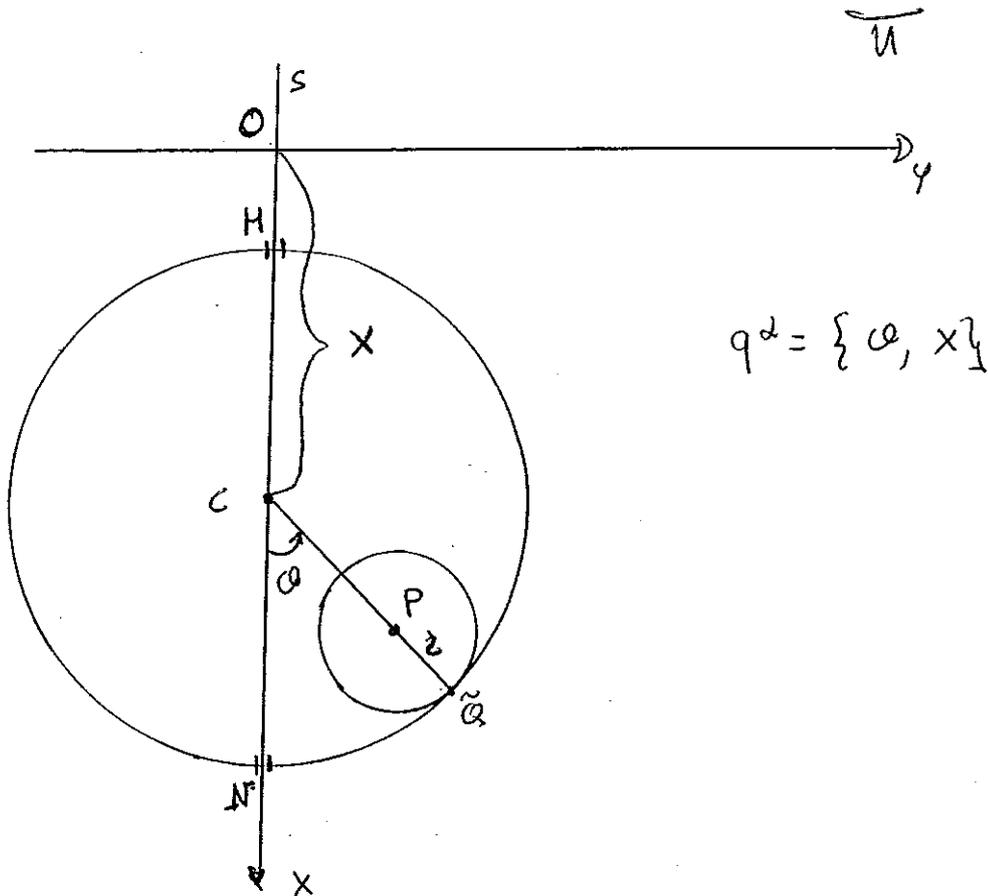
Introdotta un sistema di riferimento ortogonale $\{O, x, y\}$ con l'asse x verticale discendente coincidente con la retta s in modo che diametro MN di γ scorre senza attrito sull'asse delle x , mentre Γ rotola internamente su γ , senza strisciare. Sul sistema, oltre alle forze peso agisce l'ulteriore forza

$$\left\{ F = -\alpha \frac{mg}{R} (P - O), P \right\}$$

essendo O un punto fisso di s coincidente con l'origine del nostro riferimento, ed α un numero reale positivo con $\alpha \neq 1$.

Si chiede di:

1. Determinare le configurazioni di equilibrio del sistema, e studiarne, ove possibile, la stabilità al variare del parametro α .
2. Determinare le equazioni di moto di S e gli eventuali integrali primi.
3. Studiare i moti linearizzati attorno alla configurazione di equilibrio in cui P sta su s al di sotto di C .



Università degli studi di Catania
 Corso di laurea in Fisica
 Compito di Meccanica Analitica
 Appello del 12.02.2016

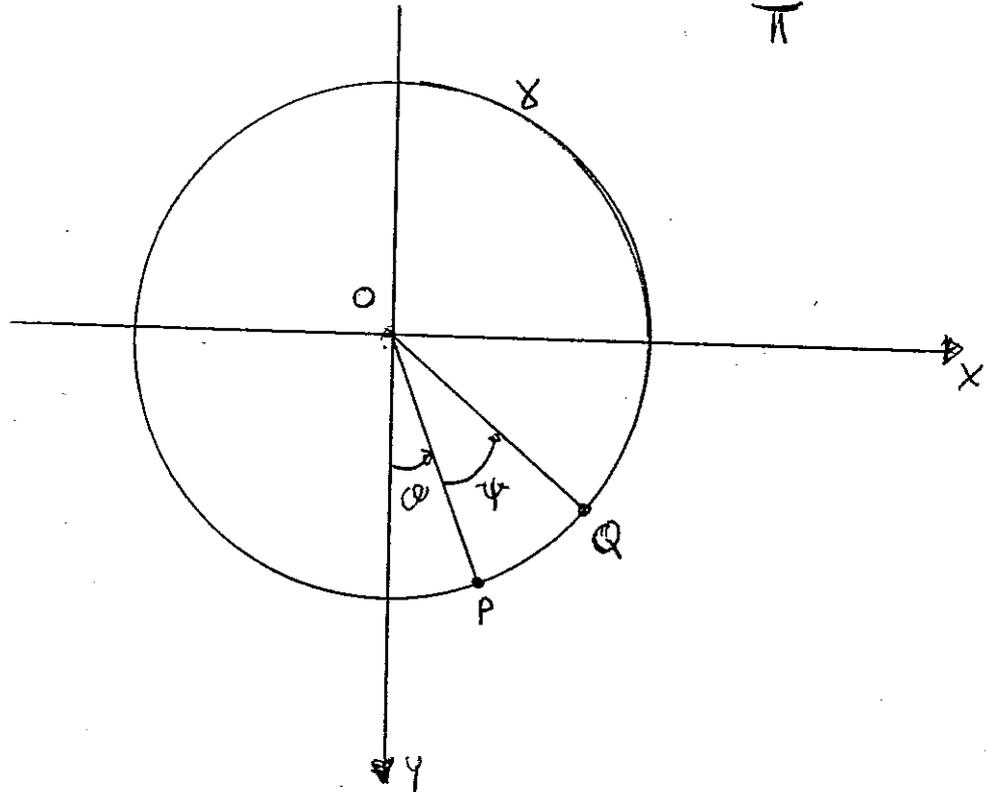
Sia data una guida circolare γ di centro O e raggio R posta in un piano verticale Π dove è stato introdotto un sistema di riferimento cartesiano ortogonale $\{O, x, y\}$ con l'asse delle y verticale discendente. Un sistema materiale S è costituito da due punti P e Q aventi la stessa massa m , vincolati a muoversi senza attrito su γ , ed è soggetto, oltre alla forza peso, alle due forze di mutua repulsione

$$\{F, P\} \quad \text{e} \quad \{-F, Q\} \quad \text{con} \quad F = 4\alpha m g R \frac{(P-Q)}{|P-Q|^2}$$

essendo α una costante reale positiva.

Il sistema ha ovviamente due gradi di libertà, scelte allora come coordinate Lagrangiane gli angoli ϑ che $(P-O)$ forma con l'asse delle y e ψ che $(Q-O)$ forma con $(P-O)$ ambedue misurati in modo che le rotazioni di P per ϑ crescente, e, per fissato P , quella di Q per ψ crescente siano entrambe in senso antiorario.

1. Dimostrare che la sollecitazione agente su S è conservativa e che per la coppia $\{\vartheta, \psi\}$ delle due variabili lagrangiane $0 \leq \vartheta \leq 2\pi$ e $0 < \psi < 2\pi$.
2. Determinare le configurazioni di equilibrio del sistema S , studiando la stabilità delle suddette configurazioni.
3. Determinare le equazioni di moto e gli eventuali integrali primi.
4. Studiare i moti linearizzati, determinando la frequenza dei piccoli moti, attorno ad una configurazione di equilibrio stabile.



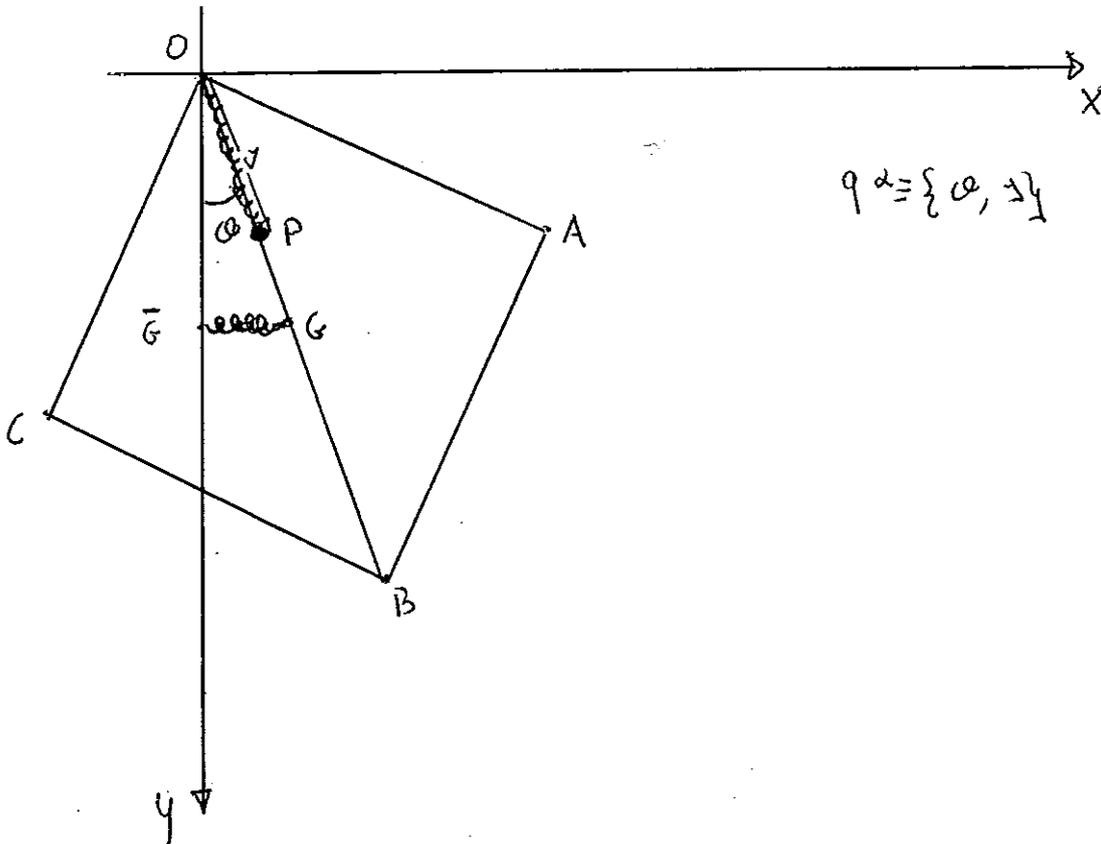
Università degli studi di Catania
 Corso di laurea in Matematica
 Compito di Fisica Matematica
 Appello del 11.02.2016

Sia dato un sistema materiale S , posto in un piano verticale Π , costituito da una lamina quadrata $OABC$, omogenea e pesante, di massa m diagonale $2L$ e baricentro \bar{G} , e da un punto materiale P avente anch'esso massa m , vincolato a scorrere senza attrito lungo la diagonale OB della lamina. La lamina quadrata può ruotare attorno al suo vertice O fisso nel piano verticale Π . Oltre alle forze peso agiscono, sul punto materiale P e sul baricentro \bar{G} della lamina quadrata, le seguenti forze elastiche

$$\left\{ F_1 = -k(s-L) \frac{(P-O)}{|P-O|}, P \right\}, \quad \left\{ F_2 = -k(G-\bar{G}), \bar{G} \right\},$$

essendo s la distanza del punto P dal vertice O lungo la diagonale OB della lamina, la costante elastica $k = \frac{2mg}{L}$, e \bar{G} la proiezione del baricentro G della lamina, sulla verticale passante per O . Supposti i vincoli lisci, e scegliendo come $\{\vartheta, s\}$ le coordinate lagrangiane (si veda la figura), si chiede di determinare:

1. Le configurazioni di equilibrio del sistema S , indagando la stabilità delle suddette configurazioni.
2. Le equazioni di moto e gli eventuali integrali primi.
3. I moti, in prima approssimazione, attorno alla configurazione di equilibrio in cui il sistema occupa la posizione corrispondente al più piccolo valore di ϑ consentito.



Università degli studi di Catania
 Corso di laurea in Fisica
 Compito di Meccanica Analitica
 Appello del 14.12.2015

Un sistema materiale mobile S , posto in un piano verticale, è costituito da due aste omogenee AB e CD , aventi la stessa massa m e la stessa lunghezza $2l$. Introdotta un sistema di riferimento cartesiano ortogonale $\{O, i, j\}$ (come in figura), l'estremo A di AB è vincolato a muoversi su una guida verticale di equazione $x = -d$, l'estremo C di CD è vincolato a muoversi su una guida verticale di equazione $x = d$ (essendo $2d$ la distanza tra le due guide), mentre i secondi estremi B e D sono vincolati a muoversi su una guida sovrapposta all'asse delle X . Supponendo che tutti i vincoli siano realizzati senza attrito e che sul sistema S , oltre alla forza peso, agiscano le forze

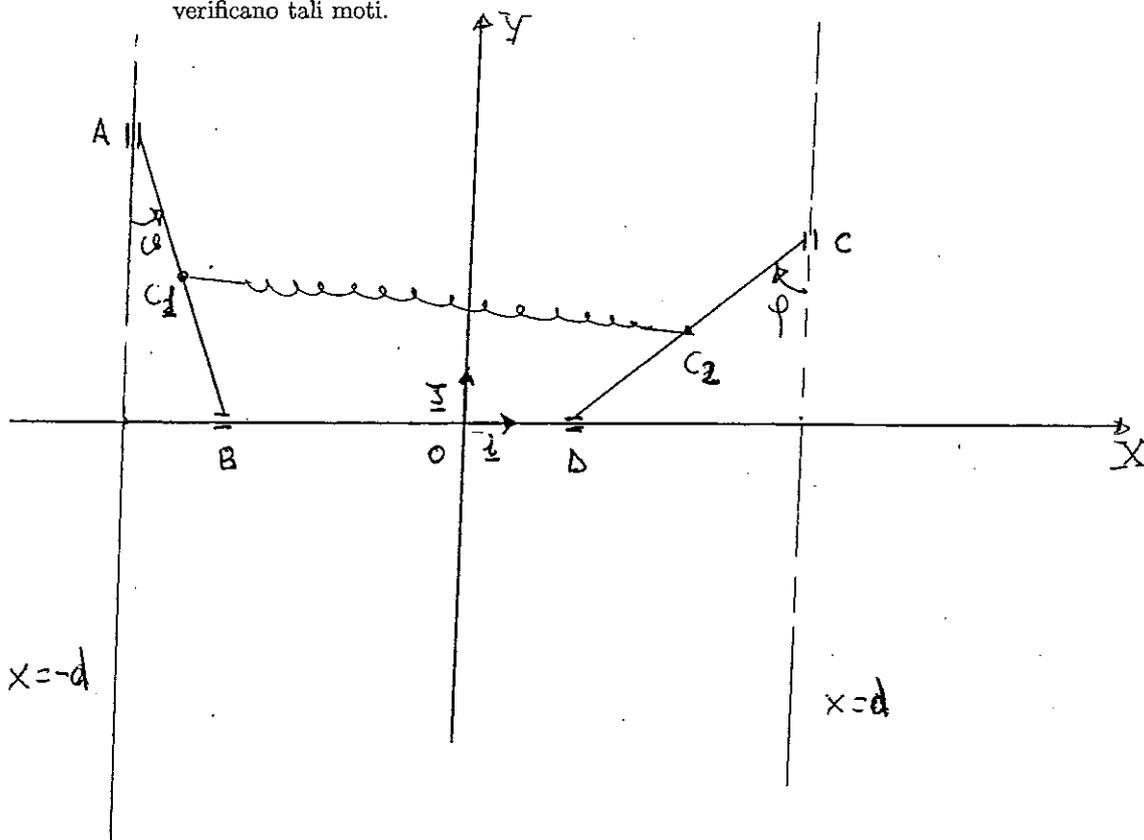
$$\{-\gamma(C_1 - C_2), C_1\} \quad \text{e} \quad \{-\gamma(C_2 - C_1), C_2\},$$

e le due forze costanti

$$\{-2\gamma d i, C_1\} \quad \text{e} \quad \{2\gamma d i, C_2\},$$

essendo γ una costante positiva tale che $\frac{mg}{2\gamma l} > 1$, e C_1, C_2 rispettivamente i baricentri delle aste AB e CD .

1. Determinare le configurazioni di equilibrio del sistema S , analizzando la stabilità delle suddette configurazioni.
2. Determinare le equazioni di moto e gli eventuali integrali primi.
3. Studiare i moti linearizzati attorno alla configurazione di equilibrio nella quale le due aste occupano le posizioni più basse.
4. Determinare se esistono moti in cui le aste si mantengono parallele in ogni istante fra loro e, in caso affermativo, dare le condizioni iniziali per cui si verificano tali moti.



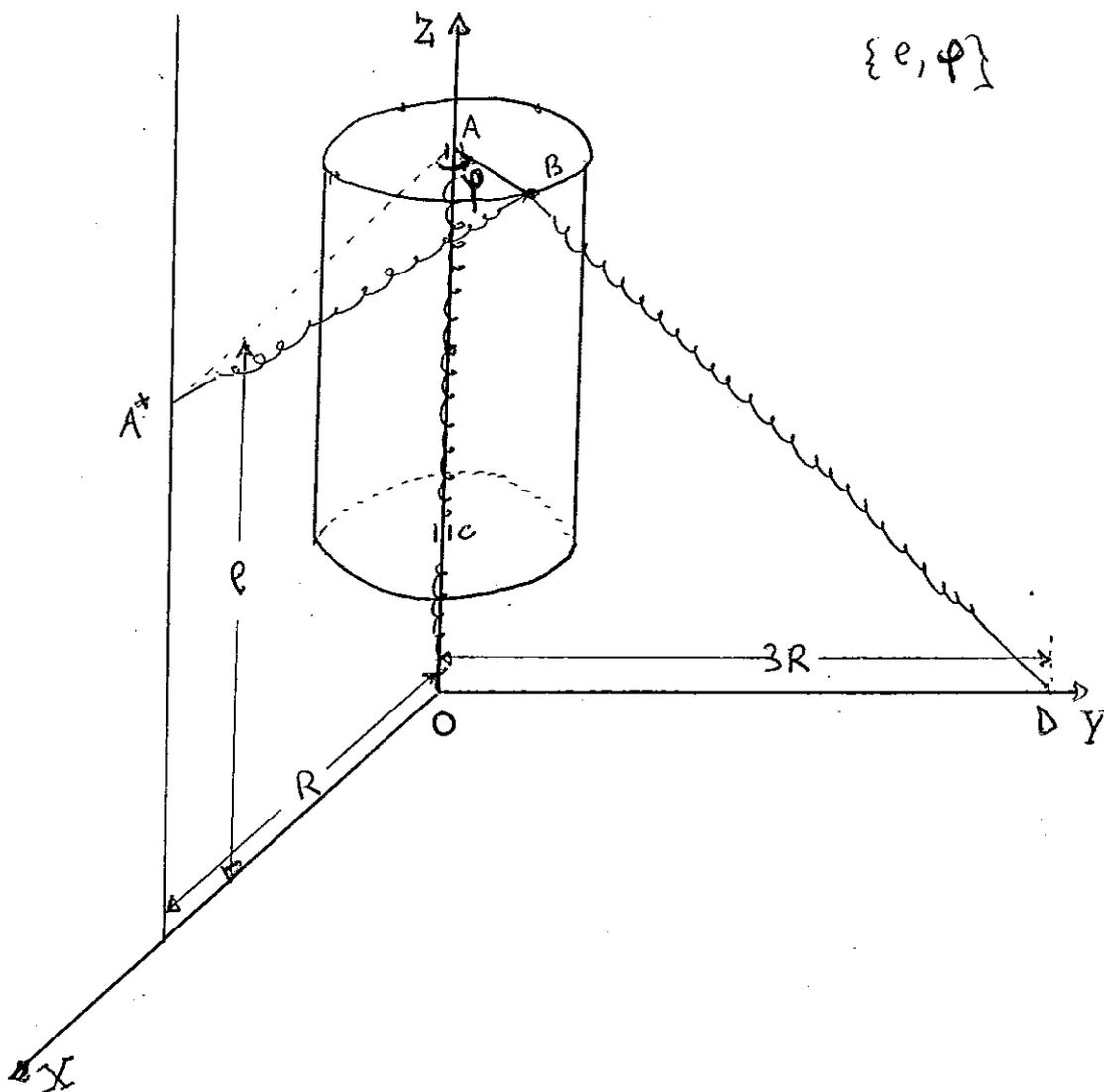
Università degli studi di Catania
 Corso di laurea in Matematica
 Compito di Fisica Matematica
 Appello del 11.12.2015

Sia dato un sistema materiale S , costituito da un cilindro omogeneo di raggio $R/2$ altezza h e massa m . L'asse del cilindro é vincolato a scorrere senza attrito, lungo l'asse Z di un sistema di riferimento ortonormale $\{O, X, Y, Z\}$, tramite due cerniere cilindriche poste nei punti A e C rispettivamente in corrispondenza dei centri delle basi superiore ed inferiore del cilindro. Supposto che oltre alla forza peso sul sistema agiscano le forze elastiche

$$\{F_1 = -2\gamma(A - O), A\}, \{F_2 = -\sqrt{3}\gamma(B - A^*), B\}, \{F_3 = -\gamma(B - D), B\},$$

dove γ é una costante positiva, B é un punto posto sul bordo della base superiore del cilindro, A^* é la proiezione ortogonale di A su una retta verticale passante per l'asse X e distante R da Z , D é un punto sull'asse $Y > 0$ a distanza $3R$ dall'origine O . Dati le coordinate Lagrangiani $l = OA$ e $\varphi = \widehat{A^*AB}$

1. Determinare le configurazioni di equilibrio del sistema S , studiando la stabilit  delle suddette configurazioni.
2. Determinare le equazioni di moto e gli eventuali integrali primi.
3. Studiare i moti linearizzati attorno alle configurazioni di equilibrio.



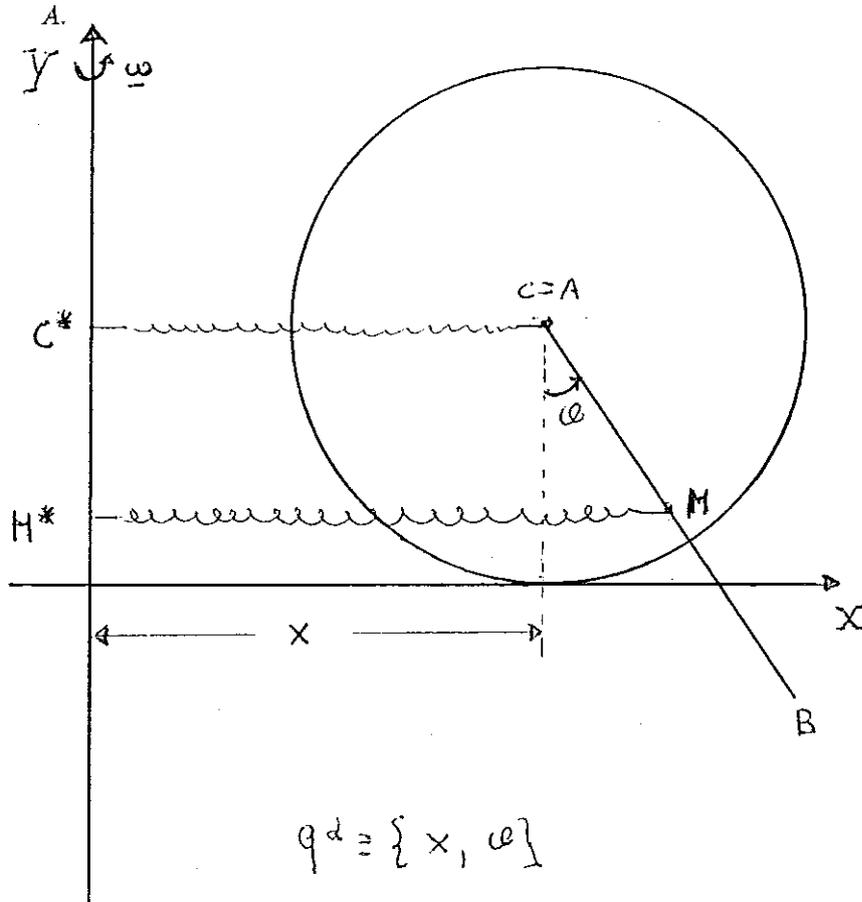
Università degli studi di Catania
 Corso di laurea in Fisica
 Meccanica Analitica
 Appello del 03.10.2014

Un sistema materiale piano S , mobile su un piano verticale Π , è costituito da un disco omogeneo Γ di centro C , raggio R e massa m e da un'asta omogenea AB di lunghezza $4L$ e massa m , con l'estremo A inernierato al centro del disco. Tutti i precedenti vincoli sono realizzati senza attrito; inoltre il disco Γ è vincolato a rotolare senza strisciare su una guida orizzontale r di Π rimanendo superiormente ad essa. Sul sistema S , oltre alle forze peso agiscono le forze

$$\left\{ -\frac{mg}{L}(C - C^*), C \right\}, \quad \left\{ -\frac{mg}{L}(M - M^*), M \right\},$$

essendo M il punto medio di AB , C^* ed M^* le proiezioni ortogonali di C ed M su una retta verticale s di Π , e g il modulo dell'accelerazione di gravità. Supposto che il piano Π sia posto in rotazione uniforme attorno alla verticale s con velocità angolare $\omega = \sqrt{\alpha g/L}$ con $0 \leq \alpha \leq 1$ si chiede, relativamente a Π , di:

1. determinare le configurazioni di equilibrio del sistema al variare di α , studiandone la stabilità per $0 \leq \alpha < 1$;
2. determinare le equazioni di moto e gli eventuali integrali primi (distinguendo il caso $\alpha < 1$ dal caso $\alpha = 1$);
3. studiare i moti linearizzati attorno alla evidente configurazione di equilibrio in cui l'asta AB è sovrapposta alla retta s con B al di sotto di A .



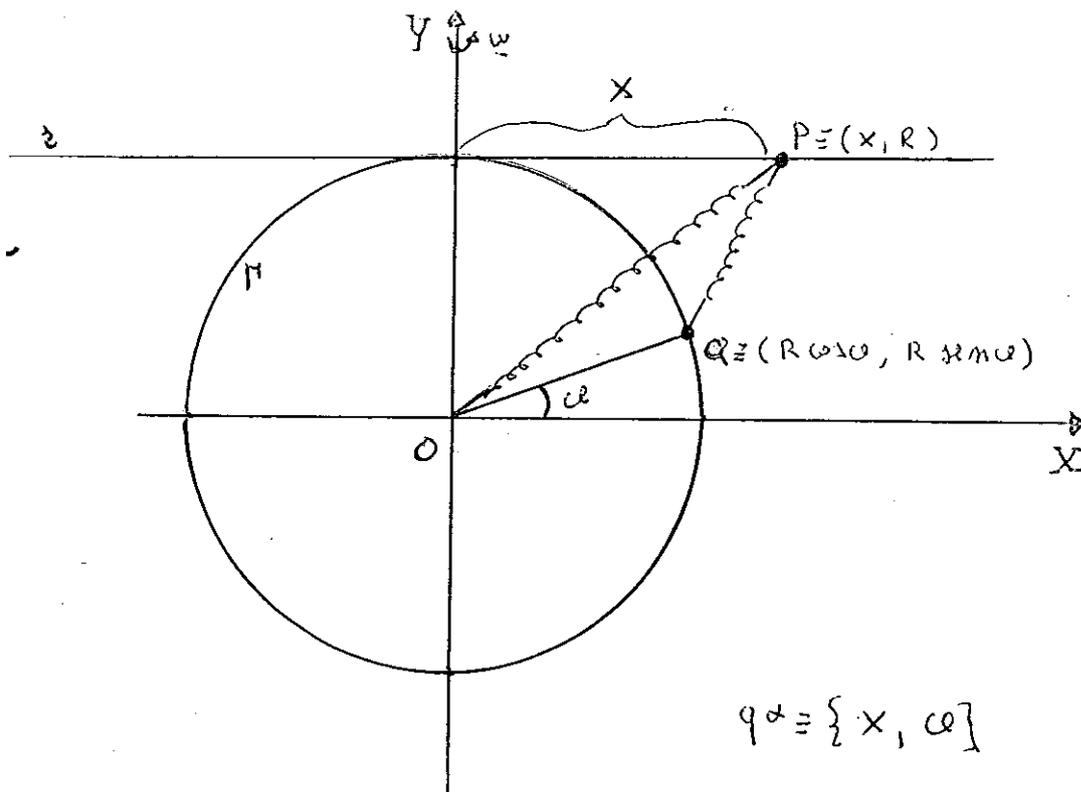
Università degli studi di Catania
 Corso di laurea in Fisica
 Meccanica Analitica
 Appello del 12.09.2014

Un sistema materiale, costituito da due punti P e Q di uguale massa m , è mobile su un piano verticale Π . Il punto Q è vincolato a muoversi su una circonferenza Γ di Π di centro O e raggio R , mentre P è vincolato a muoversi sulla retta orizzontale r , tangente superiormente a Γ . Inoltre Π è in rotazione uniforme con velocità angolare ω attorno alla verticale, appartenente a Π , passante per il centro O di Γ . Supposto che tutti i vincoli siano realizzati senza attrito e che sui punti P e Q , oltre alle forze peso, agiscano le forze

$$\left\{ -\frac{mg}{R}(P-O), P \right\}, \quad \left\{ -\frac{mg}{R}(P-Q), P \right\}, \quad \left\{ -\frac{mg}{R}(Q-P), Q \right\},$$

essendo g l'accelerazione di gravità, e, posto $\omega^2 = \alpha g/R$ con $\alpha \geq 0$ ed $\alpha \neq 1 + \sqrt{2}$, si chiede di:

1. determinare le configurazioni di equilibrio relativo a Π studiandone la stabilità al variare di α ;
2. determinare le equazioni del moto relativo e gli eventuali integrali primi;
3. studiare i moti linearizzati attorno ad una configurazione di equilibrio, che è stabile per opportuni valori di α , e confrontare la stabilità lineare di tale configurazione con quella non lineare, al variare del parametro α .



Università degli studi di Catania
 Corso di laurea in Fisica
 Meccanica Analitica
 Appello del 18.07.2014

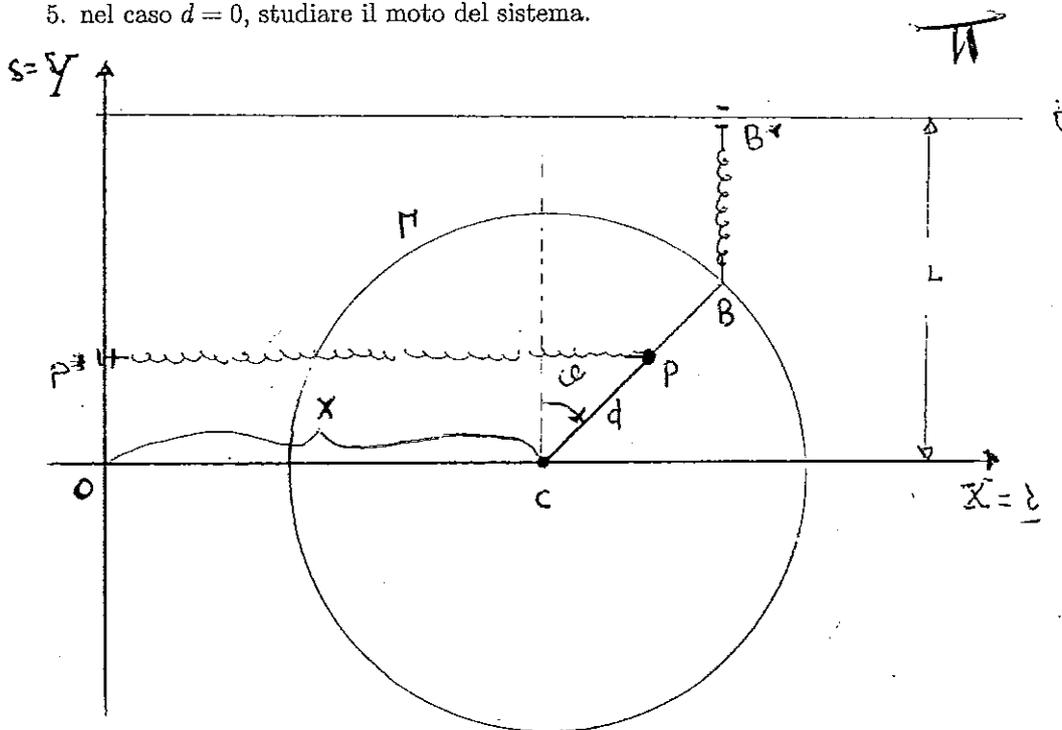
Un sistema materiale, mobile su un piano verticale Π , é costituito da un disco omogeneo Γ di centro C , raggio R e massa $M = 2m$ e da un bullone (da considerarsi puntiforme) di massa m , saldato in un punto P di Γ (si indichi con d la distanza \overline{PC} , con $0 \leq d \leq R$). Il centro C di Γ é vincolato a scorrere senza attrito su una retta orizzontale r di Π .

Sul sistema, oltre alle forze peso, agiscono le due forze

$$\{F_1 = -k(P - P^*), P\} \quad \{F_2 = -h(B - B^*), B\} \quad \text{con } k > 0, \quad h \geq 0,$$

essendo P^* la proiezione ortogonale di P su una retta verticale s di Π , B l'intersezione del raggio di Γ contenente P con il bordo di Γ (un punto fissato del bordo di Γ nel caso $d = 0$), B^* la proiezione ortogonale di B su una guida orizzontale t di Π , posta superiormente ad r e distante L da essa. Supponendo che i vincoli siano lisci, si chiede di

1. determinare h in modo che esistano configurazioni di equilibrio nelle quali B sta sulla retta r .
 Nella ipotesi di cui al punto 1, si chiede poi di:
2. determinare le configurazioni di equilibrio del sistema, distinguendo i casi $d > 0$ e $d = 0$, studiando in particolare la stabilit  nel caso $d > 0$;
3. determinare le equazioni di moto e gli eventuali integrali primi (distinguendo i casi $d > 0$ e $d = 0$);
4. nel caso $d > 0$, studiare i moti linearizzati attorno ad una configurazione di equilibrio in cui P sta su r ;
5. nel caso $d = 0$, studiare il moto del sistema.



$$q^d = (x, \alpha)$$

Università degli studi di Catania
 Corso di laurea in Fisica
 Meccanica Analitica
 Appello del 27.06.2014

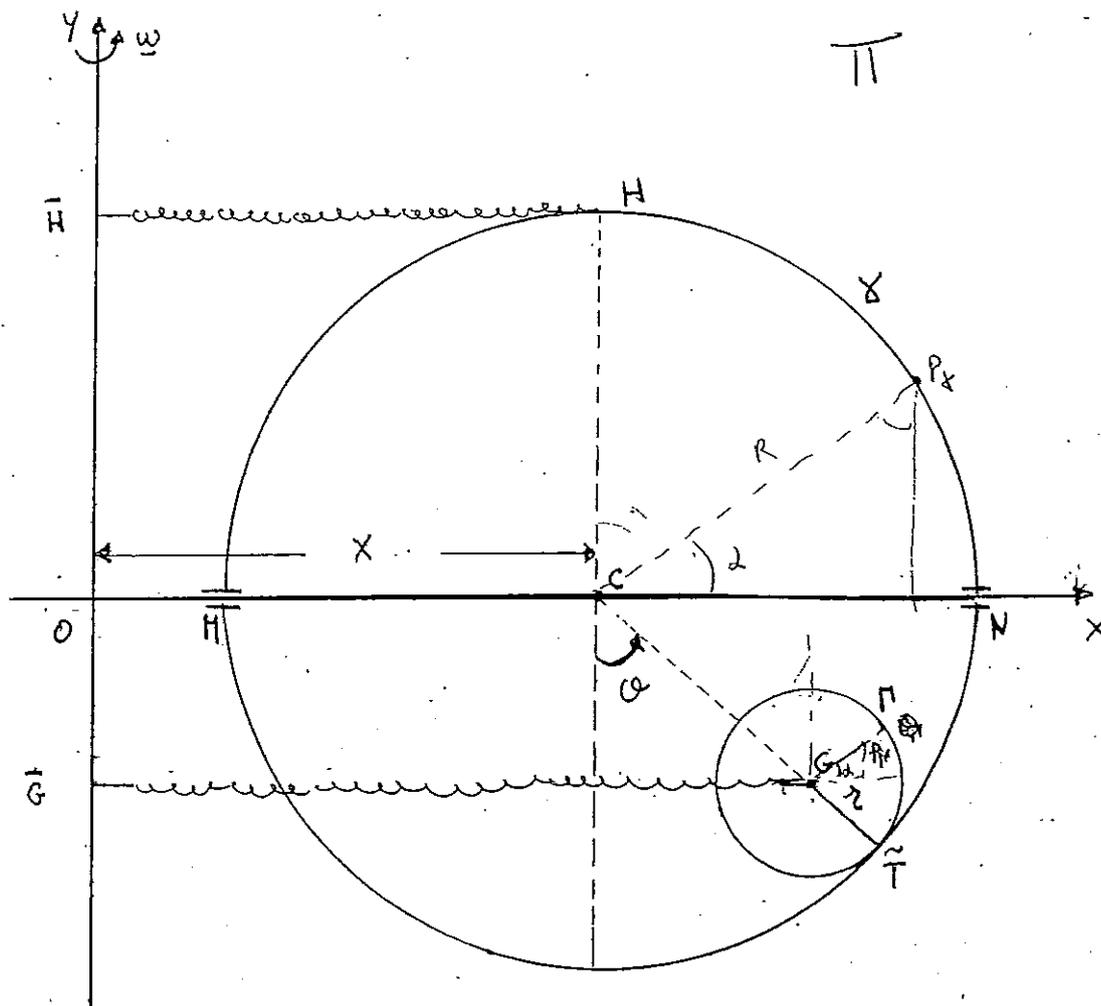
Un sistema materiale é costituito da un disco omogeneo Γ di massa M centro G e raggio r e da una circonferenza omogenea γ di centro C e raggio $R = r + d$ avente la stessa massa M . Il sistema é vincolato a stare su un piano verticale Π liscio, nel quale si é introdotto un sistema di riferimento ortogonale $\{o, x, y\}$ con l'asse y verticale ascendente, ed é soggetto ai seguenti vincoli: un diametro MN di γ scorre senza attrito sull'asse delle x , mentre Γ rotola internamente su γ , senza strisciare.

Sul sistema, oltre alla forza peso Mg agiscono le ulteriori forze

$$\left\{ F_1 = -4M \frac{g}{d} (G - \bar{G}), G \right\} \quad \left\{ F_2 = -2M \frac{g}{d} (H - \bar{H}), H \right\}$$

essendo \bar{G} la proiezione ortogonale di G sull'asse y , H il punto della circonferenza γ di massima quota, mentre \bar{H} é la proiezione ortogonale di H sull'asse y . Inoltre il piano Π é posto in rotazione uniforme attorno all'asse y con velocità angolare $\omega = \sqrt{\alpha g/d}$ essendo α una costante reale con la condizione che $2 < \alpha < 3$ ed $\alpha \neq 4 - \sqrt{2}$. Si chiede di:

1. Determinare le configurazioni di equilibrio del sistema, studiando in particolare la stabilità della evidente configurazione di equilibrio S_1 , in cui C e G hanno coordinate rispettivamente $C = (0, 0)$ e $G = (0, -d)$.
2. Determinare le equazioni di moto e gli eventuali integrali primi.
3. Studiare i moti linearizzati attorno alla configurazione di equilibrio S_1 confrontando i risultati ottenuti con la stabilità di S_1 .

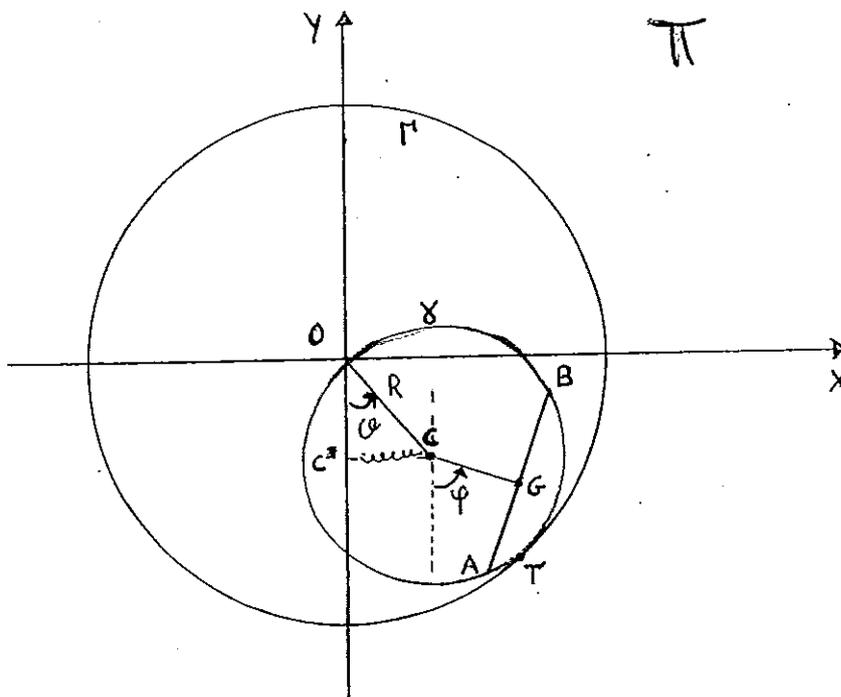


Università degli studi di Catania
 Corso di laurea in Fisica
 Meccanica Analitica
 Appello del 11.06.2014

Un sistema materiale, posto su un piano verticale Π , è costituito da un disco omogeneo γ di massa M e raggio R e da un'asta omogenea AB di massa $2M$ e lunghezza $\sqrt{3}R$. Il sistema è soggetto ai seguenti vincoli: γ è vincolata a rotolare senza strisciare all'interno di una circonferenza fissa Γ di raggio $2R$; l'asta AB ha i suoi estremi A e B vincolati a scorrere senza attrito sul bordo di γ .

Nell'ipotesi in cui, oltre alla forza peso, agisca la forza $F = -k(C - C^*)$ applicata nel centro C di γ , dove C^* è la proiezione ortogonale di C sulla retta fissa verticale passante per il centro O di Γ e supponendo che $k > 0$ con $\frac{3Mg}{kR} \neq 1$, si chiede di:

1. Determinare le configurazioni di equilibrio del sistema, indagando la stabilità delle suddette configurazioni.
2. Determinare le equazioni di moto e gli eventuali integrali primi.
3. Studiare i moti linearizzati attorno alla configurazione di equilibrio nella quale il sistema occupa la posizione più bassa consentita dai vincoli.



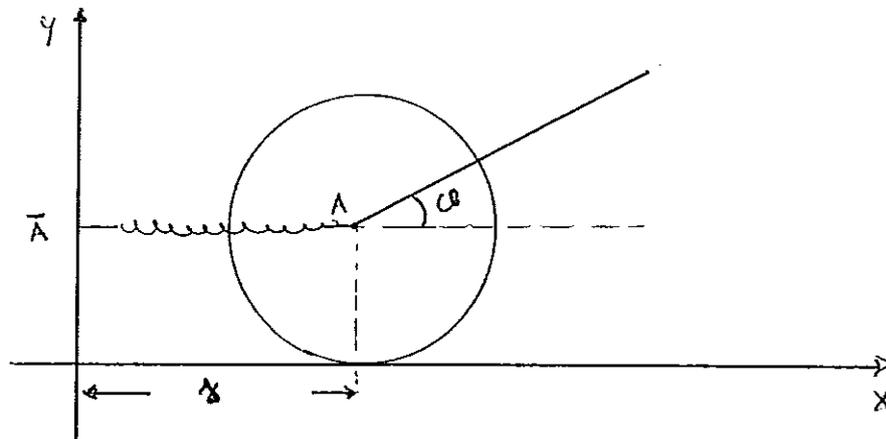
$q^d \equiv \{ \omega, \varphi \}$

Università degli studi di Catania
Corso di laurea in Fisica
Meccanica Analitica
Appello del 19.05.2014

Un sistema materiale, mobile in un piano verticale Σ , è costituito da un'asta omogenea di massa m e lunghezza L , avente un suo estremo A incerniato nel centro di un disco omogeneo di massa \bar{M} e raggio R , il quale è vincolato a rotolare senza strisciare su una guida orizzontale. Oltre alla forza peso agente sul sistema, sul punto A agisce una forza elastica $F = -k(A - \bar{A})$ dove \bar{A} è la proiezione ortogonale di A su una retta fissa verticale.

Si chiede di:

1. Determinare le configurazioni di equilibrio del sistema, indagando la stabilità delle suddette configurazioni.
2. Determinare le equazioni di moto e gli eventuali integrali primi.
3. Studiare i moti linearizzati attorno alle configurazioni di equilibrio del sistema.
4. Nell'ipotesi in cui $k = 0$ pronunciarsi sull'esistenza di altri integrali primi.



$$q^2 \equiv \{x, \alpha\}$$

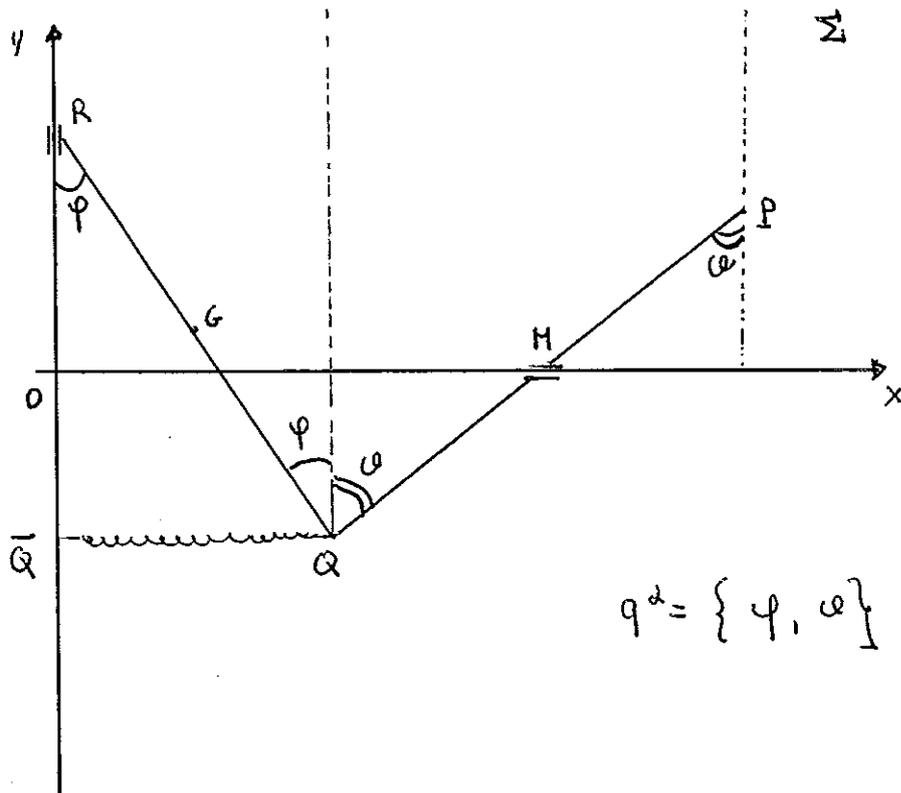
Università degli studi di Catania
 Corso di laurea in Fisica
 Meccanica Analitica
 Appello del 03.03.2014

Un sistema materiale, mobile in un piano verticale Σ , é costituito da due aste omogenee PQ e QR, aventi la stessa massa m e la stessa lunghezza $2L$, incerniate nel punto Q. Introdotta un sistema di riferimento cartesiano ortogonale levogiro $\{o, x, y, z\}$, avente il piano $z = 0$ sovrapposto al piano Σ e l'asse delle y verticale ascendente, si assuma che il punto medio M di PQ sia vincolato a muoversi sull'asse delle x , mentre l'estremo R di QR sia vincolato a muoversi sull'asse delle y e che tutti i vincoli siano realizzati senza attrito. Supposto che sul sistema, oltre alle forze peso, agisca la forza elastica

$$\{F = -k(Q - \bar{Q}), Q\}$$

essendo $k = \frac{mg}{4L\alpha}$ con $\alpha > 1$, g il modulo della accelerazione di gravità, e \bar{Q} la proiezione ortogonale di Q sull'asse delle y . Si chiede di:

1. Determinare le configurazioni di equilibrio del sistema, indagando la stabilità delle suddette configurazioni.
2. Determinare le equazioni di moto e gli eventuali integrali primi.
3. Studiare i moti linearizzati attorno alla configurazione di equilibrio nella quale le due aste siano verticali e Q il punto piú basso del sistema



Università degli studi di Catania
 Corso di laurea in Fisica
 Meccanica Analitica
 Appello del 20.11.2013

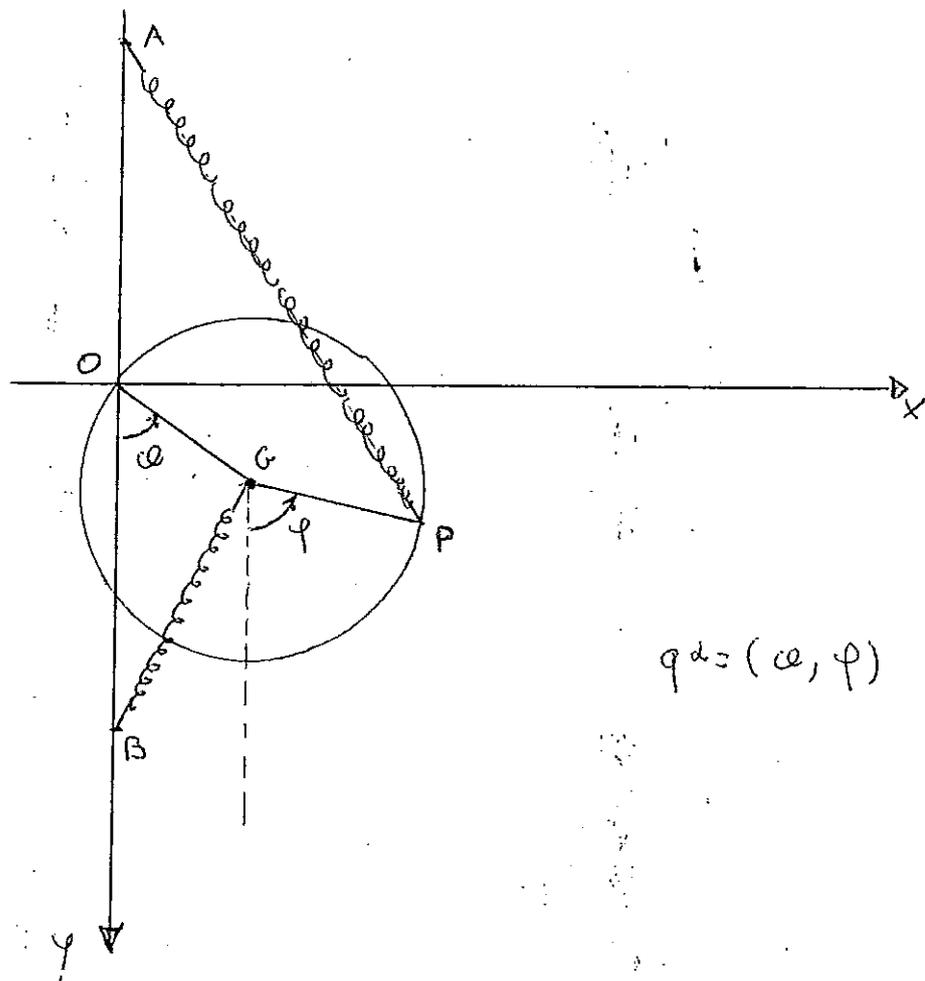
Sia dato un sistema materiale S mobile, costituito da una circonferenza omogenea γ di massa m e raggio r , vincolata a muoversi su un piano verticale Π , mantenendo fisso un suo punto O , e da un punto materiale P di uguale massa vincolato a muoversi su γ . Supposto che oltre alla forza peso sul sistema agiscano le forze elastiche

$$\left\{ F_1 = -\frac{mg}{2R}(P - A), P \right\} \quad \left\{ F_2 = -\frac{mg}{2R}(G - B), G \right\},$$

essendo G il centro di γ , con A e B due punti nella verticale per O rispettivamente al di sopra ed al di sotto di O e a distanza $2R$ da esso. Supponendo che i vincoli siano lisci

Si chiede di:

1. Determinare le configurazioni di equilibrio del sistema S , indagando la stabilità delle suddette configurazioni.
2. Determinare le equazioni di moto e gli eventuali integrali primi.
3. Studiare i moti in prima approssimazione attorno alla evidente configurazione di equilibrio in cui G occupa la posizione più bassa consentita dai vincoli e P coincida con B .



Università degli studi di Catania
 Corso di laurea in ingegneria civile ed ambientale
 II Prova in itinere di Meccanica Razionale
 del 13/06/2013

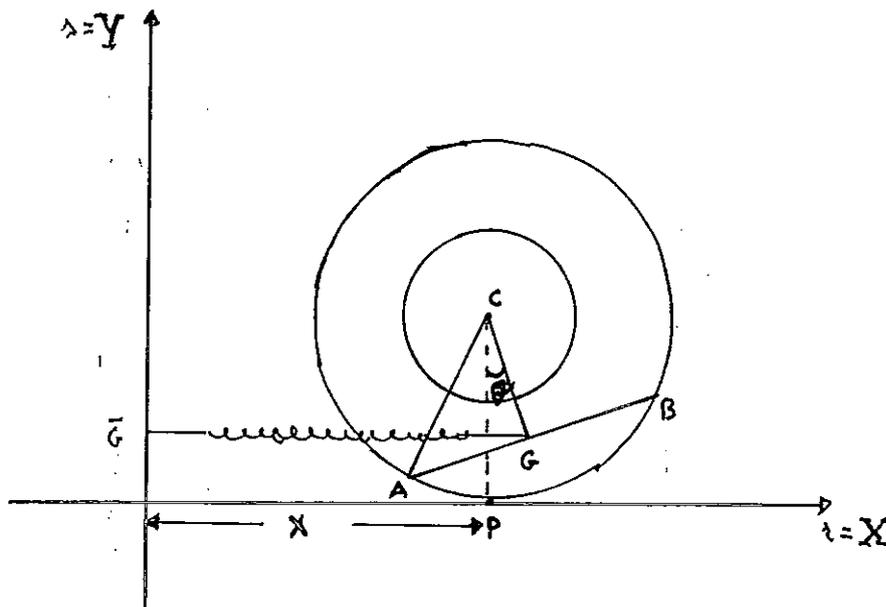
Dato un sistema materiale S , posto in un piano verticale Π , costituito da un disco omogeneo γ di centro C , massa M , raggio $R = \sqrt{2}l$ con un buco circolare concentrico di raggio $R/2$ e da un'asta omogenea AB di lunghezza $2l$ avente la stessa massa M . Il disco γ è vincolato a rotolare senza strisciare su una guida orizzontale r di Π , mentre gli estremi A e B dell'asta sono vincolati a scorrere sul bordo di γ . Sul sistema oltre alla forza peso, agisce la forza

$$\{F = -k(G - \bar{G}), G\}$$

essendo $k > 0$, G il baricentro di AB e \bar{G} la sua proiezione ortogonale su una retta verticale s di Π .

Supponendo i vincoli lisci si chiede di determinare:

1. Le configurazioni di equilibrio del sistema S , indagando la stabilità delle suddette configurazioni.
2. Le equazioni di moto e gli eventuali integrali primi. Inoltre nell'ipotesi in cui $k = 0$ pronunziarsi sull'esistenza di altri integrali primi.
3. Studiare i piccoli moti attorno ad una configurazione di equilibrio stabile.



Università degli studi di Catania
 Corso di laurea in ingegneria civile ed ambientale
 Meccanica Razionale (Compito 2)
 Appello del 24.06.2013

Dato un sistema materiale S mobile in un piano verticale Π nel quale, introdotto un sistema di riferimento cartesiano ortogonale $\{O, X, Y\}$ con l'asse delle Y verticale discendente, si trova una guida rettilinea r di equazione $y = R$, essendo R una fissata lunghezza. Il sistema S è costituito da un disco omogeneo γ , di centro C , raggio R e massa M e da un'asta omogenea di massa M e lunghezza $2L$, il cui estremo è incernierato in O e il cui secondo estremo indicheremo con A . Tutti i precedenti vincoli sono realizzati senza attrito, inoltre il disco γ è vincolato a rotolare senza strisciare sulla guida r , in modo che il suo centro ha ordinata, nel riferimento introdotto, costantemente nulla.

Sul sistema oltre alle forze peso, agiscono le due forze

$$\{F = -k(A - C), A\} \quad \text{e} \quad \{F = -k(C - A), C\}$$

essendo k una opportuna costante positiva. Posto per semplicità $mg = 4\alpha kL$ essendo α un numero reale positivo con $\alpha \neq 1$, si chiede di determinare:

1. Le configurazioni di equilibrio del sistema S , indagando la stabilità delle suddette configurazioni al variare di α .
2. Le equazioni di moto e gli eventuali integrali primi.
3. Studiare i moti linearizzati attorno alla configurazione di equilibrio di S in cui il punto A occupa la configurazione più bassa consentita dai vincoli.

