

Università degli studi di Catania
 Corso di laurea triennale in Fisica
 Esame di Meccanica Analitica
 Appello del 28.02.2020

Un sistema materiale rigido, posto in un piano verticale Π , è costituito da una sbarra omogenea pesante AB di massa m e lunghezza L e da un disco omogeneo pesante Γ di massa $2m$, centro G e raggio r . L'asta AB è rigidamente saldata sul disco Γ , lungo un suo raggio, in maniera tale che l'estremità A coincida con il centro del disco. Il disco Γ è vincolato a rotolare senza strisciare, lungo il bordo interno di una guida circolare γ di raggio $R = 3r$ fissa nel piano verticale, in maniera tale che quando Γ si trova nella posizione più bassa (vedi figura) il vettore $B - A$ sia verticale ascendente. Sul sistema oltre alla forza peso agisce la forza elastica

$$\{F = -k(G - P), G\} \quad \text{con } k > 0$$

essendo P il punto fisso di intersezione della guida circolare γ con l'asse delle x positive, come in figura. Supponendo che valgano le relazioni $k = mg/r$ e $L = (12/\sqrt{2})r$ e scegliendo come coordinata lagrangiana l'angolo ϑ che la direzione di \overline{OG} forma con la verticale discendente (vedi figura), si chiede di determinare

1. Le configurazioni di equilibrio¹ del sistema, studiandone la stabilità.
2. Scrivere l'equazione di moto, determinando gli eventuali integrali primi.
3. Studiare i moti in prima approssimazione attorno ad una configurazione di equilibrio stabile per il sistema.

¹Si suggerisce di usare la trasformazione $\vartheta = \psi + \pi/4$

