

Università degli studi di Catania
 Corso di laurea triennale in Fisica
 Esame di Meccanica Analitica
 Appello del 17.07.2020

Un sistema materiale, appartenente ad un piano verticale π , sia costituito da una disco Γ omogeneo di massa m e raggio $r = R/4$ e centro C , vincolato a muoversi rotolando senza strisciare internamente ad una guida circolare fissata γ di centro O e raggio R (essendo Q il punto di contatto tra il disco Γ e l'anello γ), e da una barra AB omogenea di massa M ($M \neq m$) e lunghezza $L = 2R$ avente il suo estremo A fissato, coincidente con il centro O di γ , e potendo quindi ruotare attorno ad esso. Sul sistema, agiscono soltanto le forze

$$\{F, C\} \quad \{-F, B\} \quad \text{essendo} \quad F = -k(C - B) \quad \text{con} \quad k > 0.$$

Posto O come origine del riferimento $\{O, \vec{x}, \vec{y}\}$ (vedi figura), ed il piano π in rotazione uniforme, con velocità angolare ω , attorno all'asse \vec{y} , si suppone che tutti i vincoli associati all'asta siano senza attrito, ed si individuano come possibili coordinate lagrangiane i due angoli, ϑ che l'asta AB forma con l'asse \vec{x} e φ che il raggio OQ forma con l'asse \vec{x} (vedi figura).

Si chiede di determinare nel riferimento relativo:

1. Tutte le possibili (ed evidenti) configurazioni di equilibrio del sistema, assumendo che $\sin(\varphi - \theta) = 0$.
2. studiare la stabilità ed instabilità delle sole configurazioni ottenute per $\varphi = \theta$, assumendo per semplicità che $m = 64/27 M$ e $k \neq 4/9 M \omega^2$.
3. Le equazioni di moto e gli eventuali integrali primi.
4. Studiare i moti linearizzati (con la condizione $m = 64/27 M$), del sistema descritto, attorno alle evidenti configurazioni di equilibrio $\{0, 0\}$ ed $\{\pi, \pi\}$.

