

Università degli studi di Catania
 Corso di laurea triennale in Fisica
 Esame di Meccanica Analitica
 Appello del 26.02.2021

Un sistema materiale, posto in un piano verticale Π , è costituito da due aste rigide omogenee pesanti AB ed CD di lunghezza $2R$ e massa m e da un disco omogeneo Γ di centro G , raggio R e massa $M = m/3$. Il sistema è soggetto ai seguenti vincoli: L'estremo A di AB è fisso in un punto O di Π , gli estremi B e C delle due aste sono incernierati tra loro, mentre l'estremo D della seconda asta è incernierato nel centro G del disco Γ , il quale a sua volta è vincolato a rotolare senza strisciare su una guida orizzontale s posta inferiormente ad O a distanza R da esso (vedi figura).

Oltre alla forza peso, sul sistema agisca la forza elastica

$$\{F = -k(D - O), D\} \quad \text{con } k > 0.$$

Inoltre supponendo che, il piano Π è posto in rotazione uniforme, con velocità angolare $\omega = \sqrt{2k/m}$, attorno alla verticale (asse y in figura) passante per O , che tutti i vincoli siano realizzati senza attrito, e considerando come variabile lagrangiana l'angolo ϑ che l'asta AB forma con l'asse orizzontale x (vedi figura), si chiede di determinare nel riferimento relativo:

1. Le configurazioni di equilibrio del sistema, studiandone la stabilità al variare di k .
2. Scrivere l'equazione di moto, determinando gli eventuali integrali primi.
3. Studiare i moti in prima approssimazione attorno alle possibili configurazioni di equilibrio del sistema.

