

Università degli studi di Catania
 Corso di laurea triennale in Fisica
 Esame di Meccanica Analitica
 Appello del 18.06.2021

Un sistema materiale, mobile in un piano verticale Π , è costituito da un'asta rigida omogenea BD di lunghezza $2L$ e massa m e da un disco omogeneo Γ di centro C , raggio R e massa $M = 2m/3$. Il sistema è soggetto ai seguenti vincoli: Il disco Γ , è vincolato a rotolare senza strisciare su una guida orizzontale (asse x) di Π . L'estremo B , dell'asta BD , è vincolato a scorrere senza attrito lungo una guida verticale (asse y) di Π , mentre l'asta stessa è inoltre vincolata a passare per il centro C di Γ . Sul sistema oltre alle forze peso, agisce la forza elastica $F = -k(G - \bar{C})$ dove G è il baricentro dell'asta BD , \bar{C} la sua proiezione sull'asse delle y (vedi figura) e $k = mg/L$ una costante positiva. Sul sistema agiscono anche le ulteriori forze

$$\{F_1, C\}, \quad \{-F_1, B\}; \quad \{F_2, C\}, \quad \{-F_2, D\}$$

con

$$F_1 = \frac{h}{BC^2} (C - B), \quad \text{ed} \quad F_2 = \frac{h}{DC^2} (C - D),$$

essendo $h = mgL$ una costante positiva. Considerando come variabili lagrangiane l'angolo ϑ che l'asta BD forma con l'asse verticale y (vedi figura) ed X la distanza, lungo l'asta BD , tra il baricentro G dell'asta ed il centro C di Γ (vedi figura), si chiede di provare che la sollecitazione è conservativa, dimostrando che il punto C non può raggiungere i punti B e D , ed inoltre di determinare:

1. Le configurazioni di equilibrio del sistema, studiandone la stabilità,
2. Scrivere le equazioni del moto, determinando gli eventuali integrali primi.
3. Studiare i moti in prima approssimazione attorno ad una configurazione di equilibrio stabile del sistema.

