

Università degli studi di Catania
 Corso di laurea triennale in Fisica
 Esame di Meccanica Analitica
 Appello del 16.07.2021

Sia dato un sistema S costituito da due aste omogenee, AB di massa m e lunghezza $2l$ e, CD di massa $M = m/6$ e lunghezza $6l$, soggette ai seguenti vincoli. L'asta AB ha il suo estremo A vincolato a scorrere lungo una guida verticale r (asse z in figura) e l'estremo B a muoversi su un piano orizzontale Π . L'altra asta CD ha il punto medio G incernierato in B ed è ulteriormente vincolata a passare per il punto O comune ad r e Π . Sul sistema agiscono, oltre alle forze peso, la forza $\{F = -k(B - O), B\}$ e la forza di potenziale $-h\varphi^2$, essendo k e h due costanti positive e $\varphi \in [0, 2\pi[$ l'angolo che l'asta CD forma con una retta di Π passante per O (asse x in figura). In questo modo si determina (vedi figura) il riferimento $\{O, x, y, z\}$ rispetto al quale si muove il sistema S . Inoltre supponendo che riferimento $\{O, x, y, z\}$ si muova di moto rotatorio uniforme, con velocità angolare ω , attorno alla verticale (asse z) passante per O , che tutti i vincoli siano realizzati senza attrito, e considerando come variabili lagrangiane l'angolo φ già introdotto e l'angolo ϑ che l'asta AB forma con la verticale (asse z), ed assumendo per semplicità che $k = m\omega^2$ ed $g/(2l\omega^2) \neq 1$ si chiede di determinare nel riferimento relativo $\{O, x, y, z\}$:

1. le eventuali configurazioni di equilibrio e discutere, se possibile, della stabilità di tali configurazioni.
2. Scrivere le equazioni di moto, e gli eventuali integrali primi.
3. Studiare i moti in prima approssimazione attorno ad una eventuale configurazione di equilibrio stabile.

