

Università degli studi di Catania
 Corso di laurea triennale in Fisica
 Esame di Meccanica Analitica
 Appello del 24.09.2021

In un piano verticale, si consideri un riferimento fisso $\{O', x', y'\}$ ed un riferimento mobile relativo $\{O, x, y\}$, con gli assi orizzontali x ed x' costantemente sovrapposti, che si muove di moto traslatorio lungo la direzione positiva di x' con accelerazione costante $a = g$ (essendo g l'accelerazione di gravità).

Solidale con il riferimento mobile relativo, sia dato un sistema materiale S , posto nel piano verticale xy , costituito da un disco omogeneo γ di massa M centro C e raggio R e da un'asta omogenea AB di massa $2M$ baricentro G e lunghezza $L = \sqrt{3}R$. Il sistema è soggetto ai seguenti vincoli: γ è vincolata a rotolare senza strisciare all'interno di una circonferenza fissa Γ di centro O e raggio $2R$; l'asta AB ha gli estremi A e B vincolati a scorrere senza attrito sul bordo di γ (vedi figura).

Sul sistema S , oltre alla forza peso, agisce la forza $\{F = -k(C - \bar{C}), C\}$, dove \bar{C} è la proiezione ortogonale di C sull'asse delle y e k è una costante positiva. Scegliendo come coordinate lagrangiane le variabili $\{\vartheta, \varphi\}$ dove ϑ è l'angolo che il vettore $C - O$ forma con la verticale discendente e φ è l'angolo che il vettore $G - C$ forma con la verticale discendente (passante per C) e ponendo per semplicità $k = 6\sqrt{2}Mg/R$, si chiede di :

1. Determinare tutte le possibili configurazioni di equilibrio relativo¹ di S , analizzando la loro stabilità ed instabilità.
2. Scrivere le equazioni del moto relativo di S e gli eventuali integrali primi
3. Studiare i moti in prima approssimazione attorno ad una eventuale configurazione di equilibrio stabile per il sistema.

¹Si suggerisce di usare la trasformazione $\vartheta = \psi + \pi/4$.

