

Università degli studi di Catania
 Corso di laurea Triennale in Matematica
 Prova scritta di Fisica Matematica
 Appello del 25.02.2022

Un sistema materiale é costituito da due aste omogenee pesanti denominate rispettivamente \overline{AB} di massa M_1 e lunghezza L_1 e \overline{BC} di massa M_2 e lunghezza L_2 con $L_2 > L_1$, incernierate senza attrito in B . Il sistema, posto in un piano verticale Π , ha i punti A e C su una guida liscia orizzontale r (asse delle \vec{x} in figura), mentre il punto B scorre senza attrito su una guida verticale s (asse delle \vec{y} in figura), con O punto di intersezione tra r ed s . Sul sistema oltre alla forza peso agisce la forza elastica

$$\{F = -k(B - D), B\} \quad \text{con } k > 0$$

essendo $D = (0, a)$ un punto di s posto superiormente ad r con $a > L_1$. Inoltre il piano verticale Π ruota uniformemente, con velocità angolare $\vec{\omega}$ attorno alla retta verticale s . Scegliendo come unica coordinata lagrangiana l'angolo ϑ tra la verticale s e l'asta \overline{AB} (come in figura) si chiede di determinare

1. Tutte le possibili configurazioni di equilibrio del sistema.
2. Ponendo per semplicità $M_1 + M_2 = M$, studiare la stabilità-instabilità delle configurazioni di equilibrio sistema, assumendo che valga la condizione

$$\frac{2ka - Mg}{2L_1(k + M\omega^2/3)} \geq 1.$$

3. Scrivere l'equazione di moto, determinando gli eventuali integrali primi.
4. Nelle condizioni del punto 2. studiare i moti in prima approssimazione attorno ad una configurazione di equilibrio stabile per il sistema.

