

Università degli studi di Catania  
 Corso di laurea Triennale in Matematica  
 Prova scritta di Fisica Matematica  
 Appello del 24.06.2022

Un sistema materiale  $S$ , posto in un piano verticale  $\Pi$ , è costituito da una circonferenza  $\gamma$  omogenea di raggio  $R$ , centro  $C$  e massa  $3m$ , e da un'asta omogenea  $CB$  di lunghezza  $R$  e massa  $m$  saldata a  $\gamma$  in un suo punto  $B$ . Sul punto di  $\gamma$  diametralmente opposto a  $B$  è saldato un pattino  $A$  attorno a cui  $\gamma$  può ruotare mantenendosi nel piano verticale  $\Pi$ . Nell'ipotesi che  $A$  scorra su una guida  $r$  di  $\Pi$  inclinata di  $\pi/3$  rispetto alla verticale discendente, che tutti i vincoli siano lisci, e che sul sistema agiscano anche le forze

$$\left\{ F_1 = -\frac{2mg}{R} (B - B'), B \right\} \quad \text{e} \quad \left\{ F_2 = -\frac{mg}{R} (A - O), A \right\}$$

essendo  $O$  un punto di  $r$  e  $B'$  la proiezione ortogonale di  $B$  sull'orizzontale per  $O$  (asse  $\bar{x}$ ). Scegliendo come coordinate lagrangiane l'angolo  $\vartheta$  che  $AB$  forma con la verticale discendente passante per  $A$ , ed  $s$  la distanza del punto  $A$  dal punto  $O$  sulla guida  $r$  (vedi figura) si chiede di:

1. Determinare tutte le possibili configurazioni di equilibrio del sistema studiando la stabilità-instabilità, delle suddette configurazioni.
2. Scrivere le equazioni di moto, determinando gli eventuali integrali primi.
3. Studiare i moti in prima approssimazione attorno alla configurazione di equilibrio nella quale  $O \equiv A$  e  $B$  è sulla verticale discendente per  $O$ .
4. Supponendo, infine che, a differenza dei punti precedenti, il piano  $\Pi$  ruoti uniformemente, con velocità angolare  $\omega$  attorno all'asse  $\bar{y}$ , calcolare il potenziale delle forze apparenti associato all'intero sistema  $S$ .

