

**Università degli studi di Catania**  
**Corso di laurea Triennale in Fisica**  
**Prova scritta di Meccanica Analitica**  
**Appello del 22.07.2022**

Sia dato un sistema mobile in un piano verticale liscio  $\Pi$ , costituito da un semidisco omogeneo  $\Gamma$  di centro  $C$ , raggio  $R$ , base  $AB$ , massa  $M$  e baricentro  $G$ . L'estremo  $A$  della base é vincolato a muoversi su una guida rettilinea verticale  $s$  di  $\Pi$  (asse  $\vec{y}$  in figura). Sia  $r$  una retta orizzontale di  $\Pi$  (asse  $\vec{x}$  in figura) e sia  $O$  il punto di intersezione fra le rette  $r$  ed  $s$ . Utilizzando  $\{O, \vec{x}, \vec{y}\}$  come sistema di riferimento riportato in figura, e  $\{S, \vartheta\}$  come variabili lagrangiane, essendo  $S$  l'ordinata di  $A$  e  $\vartheta$  l'angolo che il segmento  $GA = d$  forma con l'asse verticale discendente passante per  $A$ . Sul disco  $\Gamma$ , oltre alla forza peso agiscono le due forze elastiche

$$\{F_1 = -h(A - O), A\}, \quad \{F_2 = -k(G - O), G\} \quad \text{con} \quad h > 0, \quad e \quad k > 0$$

Supponendo che tutti i vincoli siano realizzati senza attrito, si chiede di determinare:

1. Tutte le possibili configurazioni di equilibrio e, discuterne la stabilità e/o instabilità con la condizione  $k^2 d - mgh \neq 0$
2. Scrivere le equazioni del moto, e gli eventuali integrali primi.
3. discutere il moto linearizzato attorno alla evidente configurazione di equilibrio per la quale il baricentro  $G$  si trova superiormente ad  $A$  sulla retta  $s$  (asse  $\vec{y}$ ).
4. Supposto di aver fissato  $A$  coincidente con  $O$  studiare il moto del semidisco quando esso abbia inizio, con atto di moto nullo, dalla configurazione per la quale il baricentro  $G$  si trovi sull'orizzontale positiva (semiasse  $\vec{x}$  positivo) per  $O$ .

