

Università degli studi di Catania
 Corso di laurea triennale in Fisica
 Prova scritta di Meccanica Analitica
 Appello del 02.09.2022

In un piano verticale Π sia dato un sistema di riferimento $\{O, \vec{x}, \vec{y}\}$ (vedi figura) con \vec{y} verticale ascendente. Su Π si abbia un sistema materiale costituito da una circonferenza omogenea γ di massa M e raggio R vincolata a ruotare attorno al suo centro, coincidente con l'origine O , e da una lamina quadrata omogenea Γ (vedi figura), sempre di massa M vertici $A C B D$ e diagonale AB di lunghezza pari a $2R$, anch'essa vincolata a muoversi nel piano Π , con l'estremo A incernierato, sempre senza attrito, a muoversi sulla circonferenza γ . Oltre alla forza peso, sul sistema agisce la forza elastica

$$\{F = -k(G - O), G\} \quad \text{con } k > 0,$$

essendo G il baricentro della lamina Γ .

Supposto che il piano Π sia posto in rotazione uniforme con velocità angolare ω attorno alla verticale y , ed utilizzando come coordinate Lagrangiane gli angoli, ϑ che \overline{OA} forma con l'asse delle y negativa, e ψ che la diagonale \overline{AB} della lamina Γ forma con la verticale discendente passante per A , si chiede di determinare nel riferimento relativo:

1. Tutte le configurazioni di equilibrio relative, al variare dei parametri k, g, M, R ed ω .
2. La stabilità ed instabilità di tutte configurazioni di equilibrio in cui A e G si trovano sull'asse verticale y con le condizioni $k = M\omega^2$ ed $\frac{g}{2\omega^2 R} \neq 1$.
3. Le equazioni del moto, determinando gli eventuali integrali primi.
4. I moti in prima approssimazione, attorno alle configurazioni di equilibrio del sistema di cui al punto 2.

